

Кулик Борис Александрович

Интерпретация классической логики на основе алгебры множеств

Д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник лаборатории Интеллектуальных электромеханических систем Института проблем машиноведения РАН (Санкт-Петербург)

Аннотация доклада

В докладе представлены результаты исследований, с помощью которых намечается подход к решению некоторых задач, сформулированных в Приоритетных направлениях фундаментальных и поисковых научных исследований (ПФНИ 2021-2030) в разделе 1.1.1.6. «Математическая логика», а именно, «развитие теории семантического моделирования», «дальнейшая разработка логических формализмов и подходов для работы с естественными языками», «исследования по взаимосвязи синтаксических и семантических свойств в логике».

В качестве математической основы семантического моделирования в классической логике выбрана алгебра множеств. В докладе показаны ее отличия от аксиоматической теории множеств. Некоторые преимущества такого выбора показаны на двух дедуктивных системах: силлогистике и исчислении предикатов первого порядка.

В силлогистике подход к анализу рассуждений на основе алгебры множеств показал следующие преимущества:

- 1) предложенная методика анализа рассуждений математически обоснована и сравнительно проста в использовании;
- 2) в ней отсутствуют некорректности и неоднозначности традиционной силлогистики;
- 3) с ее помощью сравнительно легко анализируются не только силлогизмы, но и произвольные множества суждений;
- 4) она позволяет выявлять и анализировать логические некорректности типа парадокса или цикла.

В исчислении предикатов первого порядка за основу была выбрана интерпретация языка первого порядка L , рассмотренная в последних (3-е – 6-е) изданиях книги «Введение в математическую логику» Э. Мендельсона. В этой интерпретации областью изменения переменной (domain) является множество D элементов, а для n -местных предикатов и формул со свободными переменными – n -местное отношение, т. е. подмножество n местных кортежей элементов из декартова произведения множеств D^n . Оказалось, что эту интерпретацию можно выразить с помощью алгебры множеств, если внести в нее следующие изменения.

Изменение 1. Для разных переменных языка L имеет смысл использовать не одну

область интерпретации D , а разные области интерпретации. Поэтому было предложено по аналогии с базами данных к именам интерпретаций формул языка L приписывать схему отношения, т.е. последовательность имен областей интерпретации переменных, формирующих это отношение. С учетом этого, имена областей интерпретации переменных названы атрибутами, а области интерпретации атрибутов – доменами.

Изменение 2. Для многих задач логического анализа более удобно рассматривать n местное отношение не как множество кортежей элементов, а как объединение декартовых произведений. Поскольку декартовы произведения формируются из множеств, то в качестве значений атрибута используются не элементы его домена, а имена или обозначения (например, A_2 или $\{b, d\}$) всех подмножеств домена. Множества с этими именами или обозначениями названы компонентами атрибута.

Оказалось, что «объединение декартовых произведений» – новая ранее не исследованная математическая структура. Результатом ее исследования является алгебра кортежей, которая изоморфна алгебре множеств.

В докладе рассмотрена связь интерпретации исчисления предикатов с алгеброй кортежей. Показаны некоторые преимущества данной интерпретации и приведен список нерешенных проблем.