

На правах рукописи

Чугунов Никита Владимирович

**МЕТОДЫ УЧЕТА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
ЭКСПЕРТНЫХ ЗНАНИЙ**

Специальность 05.13.01

Системный анализ, управление и обработка информации

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2006

Работа выполнена в Институте системного анализа Российской академии наук

Научный руководитель: доктор технических наук
Петровский Алексей Борисович

Официальные оппоненты: член-корреспондент РАН,
доктор технических наук, профессор
Арлазаров Владимир Львович

кандидат технических наук
Моргоев Владимир Кимович

Ведущая организация: Санкт-Петербургский институт информатики
и автоматизации Российской академии наук

Защита состоится «26» июня 2006 г. в 11.00 часов на заседании
диссертационного совета Д.002.086.02 при Институте системного анализа
Российской академии наук по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия
Октября, 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института системного
анализа Российской академии наук.

Автореферат разослан «24» мая 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.002.086.02
доктор технических наук

А.И. Пропой

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Во многих областях человеческой деятельности возникает необходимость анализа проблемных ситуаций, описываемых моделями с числовыми исходными данными (параметрами), значительная часть которых известна с неопределенностью. Примером подобной задачи является оценка эффективности проектов по разработке нефтегазового месторождения на ранней стадии его изученности. Комплексная геолого-экономическая оценка месторождения включает прогнозную оценку величины запасов, формирование профилей добычи, стоимостной анализ объекта. Однако использование соответствующих моделей предметных областей при неполных и неточных исходных данных не всегда оказывается достаточным для обоснования решения анализируемой проблемы.

Для оценки неизвестных значений параметров моделей привлекают специалистов из разных предметных областей, имеющих необходимые профессиональные знания, опыт и навыки. Всесторонний анализ проблемы может дать новые результаты, новые знания, содержащиеся в исходной информации лишь неявно. Чтобы использовать неформализованные экспертные знания при анализе проблемы с помощью компьютерных систем поддержки экспертных решений (СПЭР), необходимо получить их математическое представление, что обуславливает актуальность развития методов извлечения и представления экспертных знаний.

Термин «экспертные знания» понимается как вся совокупность информации, необходимой для решения определенного круга задач, в которую входят: основные понятия (онтологии) предметной области; формальные модели предметной области, на основе которых решаются прикладные задачи; соответствие между понятиями и моделями; конкретные значения параметров моделей и их взаимосвязи; методы решения задач. Знания о предметной области, ее объектах и закономерностях описываются некоторой формальной моделью представления знаний. В диссертации термин «экспертные знания» используется в более узком смысле – как получаемые от эксперта оценки и закономерности, описывающие значения анализируемых числовых величин и связи между ними.

Проблема формализации экспертных знаний является одной из главных задач искусственного интеллекта. На необходимость учета неопределенности суждений эксперта и ее формализации в формируемой экспертной оценке указывается в работах многих отечественных и зарубежных ученых: В.Н.Вагина, Т.А.Гавриловой, О.И.Ларичева, Г.С.Осипова, С.А.Орловского, Д.А.Поспелова, Ю.П.Пытьева,

В.Л.Стефанюка, В.К.Финна, А.В.Язенина, А.Демпстера, Д.Дюбуа, Л.Заде, Д.Канемана, Г.Моргана, Н.Нильсона, А.Прада, А.Тверски, П.Уолли, Э.Фейгенбаума, М.Хенриона, Г.Шейфера и др.

Несмотря на развитие соответствующих формализмов, вопросы учета неопределенности экспертных знаний остаются недостаточно исследованными. Вместе с тем они играют важную роль, обеспечивая не только большую информативность самих результатов расчетов, но и позволяя оценить степень доверия к этим результатам, что имеет существенное значение для обоснованности принимаемых решений.

Цели и задачи исследования

Целью диссертации является развитие методов учета неопределенности экспертных знаний и их формализованного представления, разработка процедур и алгоритмов, использующих формализованные экспертные оценки при расчетах результирующих показателей в моделях анализируемых проблем.

Для достижения поставленных целей были сформулированы и решены следующие задачи:

- разработка методов формализованного представления различных типов неопределенности экспертных оценок параметров моделей;
- разработка интерактивных процедур анализа согласованности экспертных оценок, представленных в различных формах;
- разработка алгоритмов вычислительных операций с экспертными оценками, представленными в различных формах;
- разработка программных средств, реализующих предложенные методы и алгоритмы.

Методы исследования

Методы теории вероятностей и математической статистики, интервальных вычислений, функционального анализа, теории оптимизации, системного анализа, искусственного интеллекта.

Результаты, выносимые на защиту

- Метод формализованного представления неполных и неточных экспертных знаний.
- Алгоритмы анализа экспертных оценок, представленных в различных формах.
- Процедуры согласования экспертных оценок, в том числе построения согласованной оценки группы экспертов.

- Алгоритмы расчета результатов арифметических операций на множестве обобщенных интервальных оценок.
- Программная реализация предложенных методов и алгоритмов.

Научная новизна

Разработан новый метод учета неопределенности экспертных знаний, позволяющий в рамках подхода обобщенных интервальных оценок получить математическое представление информации, которая ранее не могла быть формализована.

Сформулированы и доказаны утверждения, определяющие вид вероятностных границ, построенных на основе обобщенной интервальной оценки и ее агрегированного моноинтервального представления.

Разработаны процедуры для анализа согласованности различного типа суждений эксперта о возможных значениях оцениваемой величины, которые базируются на поиске оптимального полиинтервального представления обобщенной интервальной оценки. Предложена интерактивная процедура, позволяющая выработать согласованное коллективное решение.

Проведено исследование взаимосвязей подхода обобщенных интервальных оценок с существующими количественными методами представления экспертных знаний. Установлено, что обобщенная интервальная оценка является обобщением структуры Демпстера-Шейфера. Показано, что при формализации экспертных суждений с позиций теории нечеткости обобщенная интервальная оценка может быть преобразована в нечеткое число типа II.

Введены арифметические операции (сложение, вычитание, умножение, деление) на множестве обобщенных интервальных оценок. Разработаны алгоритмы, позволяющие вычислять результаты арифметических операций на множестве обобщенных интервальных оценок с учетом независимости, заданной зависимости и неизвестной зависимости операндов.

Практическая ценность работы

Разработанные методы и алгоритмы могут быть использованы для извлечения и формализации экспертных знаний об исходных параметрах моделей различных проблемных ситуаций и вычисления результирующих показателей, получаемых с помощью анализируемых моделей. Результаты расчетов содержат разнообразную информацию о неопределенности исходных экспертных оценок, что создает основу для выработки взвешенных решений.

Методы и алгоритмы реализованы в виде программных модулей. С их помощью строится формализованное представление экспертных знаний об оцениваемой величине, анализируется согласованность суждений эксперта в рамках различных подходов, вычисляются экспертные оценки, заданные в виде обобщенных интервальных оценок, моноинтервальных распределений, вероятностных трубок. Программные модули реализованы на основе компонентной технологии, не зависят от предметной области и могут быть использованы как автономно, так и в виде подключаемых модулей других программных систем.

Обоснованность и корректность предложенных методов и алгоритмов подтверждены на примере решения практической задачи оценки запасов нефтегазового месторождения на ранней стадии его изученности.

Реализация результатов

Результаты диссертации использованы при выполнении проекта 37.011.11.0023 Федеральной целевой научно-технической программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники» на 2002-2006 годы, проекта 2.33 программы фундаментальных исследований президиума РАН «Математическое моделирование и интеллектуальные системы» (2001-2005 годы), проекта 1.2 программы фундаментальных исследований ОИТВС РАН «Фундаментальные основы информационных технологий и систем», проектов 04-01-00290, 05-01-00666 Российского фонда фундаментальных исследований, гранта Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ НШ1964.2003.1.

Апробация работы

Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на международной научной конференции «Интеллектуализация обработки информации (ИОИ'2004)», Алушта, Украина, 14-19 июня 2004 г.; III международном научно-практическом семинаре «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте», Коломна, 15-17 мая 2005 г.; международной конференции «Интеллектуальные системы» (IEEE AIS'05). Дивноморск, 1-10 сентября 2005 г.; первой международной конференции «Системный анализ и информационные технологии» (САИТ-2005), Переславль-Залесский, 12-16 сентября 2005 г.; научной сессии МИФИ – 2006, Секция И2, «Интеллектуальные системы и технологии». Москва, 23-27 января 2006 г.; V международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'06, Москва, 30 января – 2 февраля 2006 г.; научных семинарах ИСА РАН (2003 – 2006 гг).

Публикации

Основные результаты, полученные по теме диссертационной работы, опубликованы в 9 печатных работах (в том числе 3 публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК, 6 публикаций в трудах научных конференций).

Личный вклад соискателя

Результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. Личный вклад соискателя в совместно опубликованных работах составляет 1.8 п.л.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитируемой литературы (107 наименований). Общий объем работы составляет 143 страницы, включая 5 таблиц и 49 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, её научная новизна и практическая значимость, раскрывается степень разработанности подходов к представлению неопределенности экспертных знаний, формулируется цель работы и приводится краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе вводятся основные понятия и определения, дается краткий анализ основных моделей представления знаний, приводится классификация типов неопределенности, обсуждаются источники неопределенности.

Выделяют два основных типа неопределенности экспертных знаний:

1) объективная, стохастическая неопределенность, источником которой являются свойства оцениваемой величины или моделируемого объекта;

2) субъективная неопределенность, которая отражает степень полноты и точности имеющихся экспертных знаний об оцениваемой величине. Субъективную неопределенность принципиально можно уменьшить, привлекая новые источники информации, проводя дополнительные измерения и т.п.

Представление и анализ различных типов и источников неопределенности, присутствующих в экспертных оценках анализируемых величин, требует использования соответствующих подходов и методов. Традиционным подходом к описанию объективной неопределенности является подход теории вероятностей. Значительный научный и практический интерес представляет развитие методов учета и формализации субъективной неопределенности.

Дается обзор современных методов извлечения и представления экспертных знаний о количественных величинах с акцентом на возможности формализации субъективной неопределенности экспертных знаний. Описываются методы интервального анализа, подходы нечетких чисел и теории возможностей. Среди теоретико-вероятностных методов выделяются структуры Демпстера-Шейфера и метод вероятностных трубок (probability-box или p-box), где степень неопределенности экспертной оценки характеризуется шириной получаемой вероятностной трубки. Указывается на эквивалентность этих двух методов при оценке количественных величин.

Обсуждаются проблемы извлечения экспертных знаний, связанные с психологическими аспектами поведения человека, особенностями формирования его суждений о значениях оцениваемой величины в условиях недостатка информации, обозначаются пути их решения.

Более подробно изложен метод обобщенных интервальных оценок. Идея метода заключается в извлечении экспертных знаний в виде *полиинтервальной оценки* (ПИО) – совокупности интервалов различной длины с различными шансами на реализацию, определяемыми плотностью распределения $f_1(\alpha)$, где параметр α принимает значение от 0 до 1 и отвечает заданному интервалу из ПИО. ПИО вместе с вероятностными распределениями $f_2(D|\alpha)$ на совокупности интервалов образует *обобщенную интервальную оценку* (ОИО) анализируемой величины D . Эксперт определяет в виде интервала и заданного на нем распределения $f_2(D|\alpha)$ характерные, по его мнению, сценарии изменения оцениваемой величины. При этом эксперт может включить в полиинтервальную оценку и все промежуточные интервалы, лежащие между заданными им характерными интервалами. Тогда функции распределения для включаемых интервалов могут быть получены интерполяцией по функциям распределений, заданных на ближайших характерных интервалах.

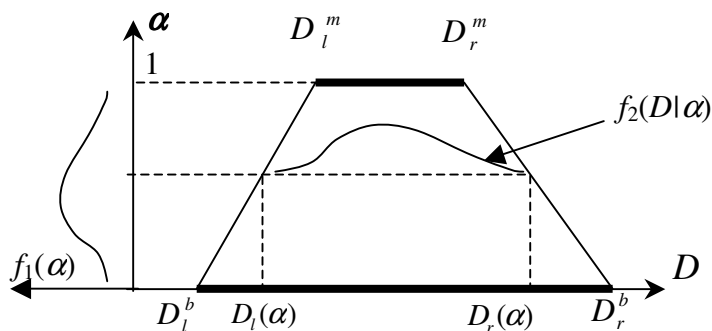


Рис. 1. Обобщенная интервальная оценка.

Экспертная оценка представляется в виде криволинейной трапеции (рис. 1), границы которой определяются упорядоченными границами указанных экспертом интервалов от наиболее широкого («базового») интервала $[D_l^b, D_r^b]$ до наименее широкого $[D_l^m, D_r^m]$.

Исходя из ОИО, результирующая функция распределения $P(D < D_s)$ оцениваемой величины задается на базовом интервале ОИО в следующем виде:

$$P(D < D_s) = \begin{cases} \int_0^{\alpha_l(D_s)} f_1(\alpha) \int_{D_l(\alpha)}^{D_s} f_2(D|\alpha) dD d\alpha, \text{ при } D \in [D_l^b; D_l^m] \\ 1 - \int_0^{\alpha_r(D_s)} f_1(\alpha) \int_{D_s}^{D_r(\alpha)} f_2(D|\alpha) dD d\alpha, \text{ при } D \in [D_r^m; D_r^b] \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\alpha_l(D_s)$ и $\alpha_r(D_s)$ соответствуют значениям параметра α , отвечающим точкам пересечения прямой $D=D_s$ с левой и правой границами криволинейной трапеции. Для частного случая прямолинейных боковых сторон трапеции ОИО, эти величины задаются следующими соотношениями:

$$\alpha_l(D) = \frac{D - D_l^b}{D_l^m - D_l^b}, \quad \alpha_r(D) = \frac{D_r^b - D}{D_r^b - D_r^m}.$$

Однако представление экспертной оценки в виде моноинтервального распределения ведет к потере части информации, уже полученной от эксперта при построении ОИО. Кроме того, моноинтервальное распределение не позволяет судить о неопределенности самой оценки эксперта.

На основе приведенного анализа обосновывается выбор теоретико-вероятностного формализма для дальнейшего развития подходов к выявлению и представлению неопределенных экспертных знаний, формулируется цель и круг задач диссертационного исследования. Новые методы представления экспертных знаний в рамках теоретико-вероятностного подхода должны:

- максимально полно отражать полученную от эксперта информацию о количественных величинах в удобной для эксперта форме;
- предоставлять возможность анализа различных типов неопределенности, в частности, неопределенности экспертных знаний, и оценки согласованности экспертных суждений;
- обобщать существующие методы на случаи, когда эксперт может сообщить дополнительную информацию об оцениваемой величине.

Во второй главе, опираясь на выявленные достоинства и недостатки рассмотренных ранее алгоритмов, предложен новый метод представления экспертных знаний. Построены новые формы обобщенных интервальных оценок, позволяющие формализовано представлять экспертные оценки на основе произвольной

совокупности интервалов. В общем случае характерные интервалы, указываемые экспертом, не образуют совокупность вложенных интервалов. Примером такой совокупности характерных интервалов может служить тройка интервалов, отражающая, по мнению эксперта, наиболее вероятный, пессимистичный и оптимистичный вариант развития событий (рис. 2).

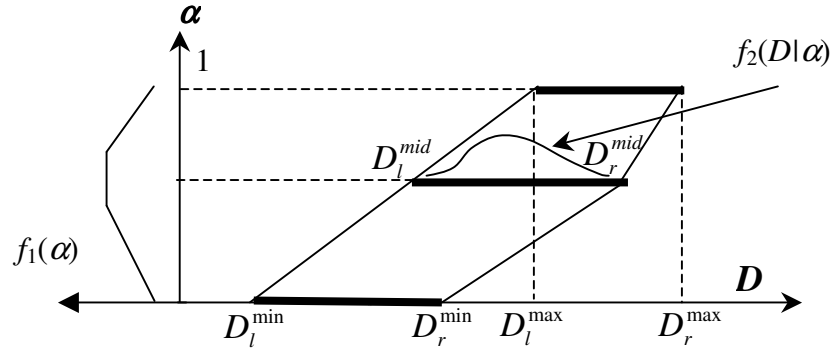


Рис. 2. Обобщенная интервальная оценка на смещенных интервалах.

Для этих форм приведены соответствующие формулы расчета результирующего распределения вероятностей, обобщающие предложенные ранее выражения (1).

Разработана процедура преобразования произвольной ОИО в ОИО с равномерным распределением по параметру α (назовем такую форму *нормальной формой ОИО*):

1. Вся совокупность интервалов, образующая ОИО, разбивается на N слоев по оси ординат (параметр α). N должно быть достаточно велико, чтобы обеспечить точность вычислений. Критерием выбора значения N может быть линейное поведение функции $f_1(\alpha)$ на каждом из участков разбиения.

2. Для каждого слоя (высота слоя составляет $1/N$) определяется характерный интервал (например, лежащий в середине слоя). Шансы на реализацию всего слоя интервалов определяются произведением высоты слоя на значение функции $f_1(\alpha)$ для характерного интервала данного слоя. Определим слой с наименьшими шансами на реализацию $f_{\min} / N > 0$.

3. При преобразовании в нормальную форму каждый слой интервалов из исходной ОИО отображается с высотой $\delta^j = \frac{f^j}{f_{\min}} \delta$, где f^j - шансы на реализацию данного слоя в исходной ОИО ($j \in \{1..N\}$), а δ определяется из условия

$$\text{нормировки: } \sum_{j=1}^N \frac{f^j}{f_{\min}} \delta = \frac{N \delta}{f_{\min}} = 1 .$$

Отсюда $\delta = f_{\min} / N$ и высота данного слоя равна $\delta^j = f^j / N$.

Предложенное преобразование произвольной ОИО к нормальной форме позволяет сопоставить структуры ОИО с различными типами исходных распределений по параметру α , формируя основу для работы с группой экспертов.

Получим аналитические соотношения для вычисления границ вероятностной трубки на основе ОИО. Перепишем выражение (1) для интегральной оценки функции распределения значений оцениваемой величины на базовом интервале в следующей форме:

$$P(D < D_s) = \int_0^1 \int_{D_l^b}^{D_s} f_1(\alpha) f_2(D | \alpha) dD d\alpha = \int_0^1 f_1(\alpha) P(D < D_s | \alpha) d\alpha \quad (2)$$

Обозначим максимальное и минимальное значения функции $P(D < D_s | \alpha)$ для заданного D_s :

$$P_{\max}(D_s) = \max_{\alpha \in [0;1]} P(D < D_s | \alpha),$$

$$P_{\min}(D_s) = \min_{\alpha \in [0;1]} P(D < D_s | \alpha).$$

Тогда из (2): $P(D < D_s) \leq \int_0^1 f_1(\alpha) P_{\max}(D_s) d\alpha \leq P_{\max}(D_s) \int_0^1 f_1(\alpha) d\alpha = P_{\max}(D_s)$;

$$P(D < D_s) \geq \int_0^1 f_1(\alpha) P_{\min}(D_s) d\alpha \geq P_{\min}(D_s) \int_0^1 f_1(\alpha) d\alpha = P_{\min}(D_s).$$

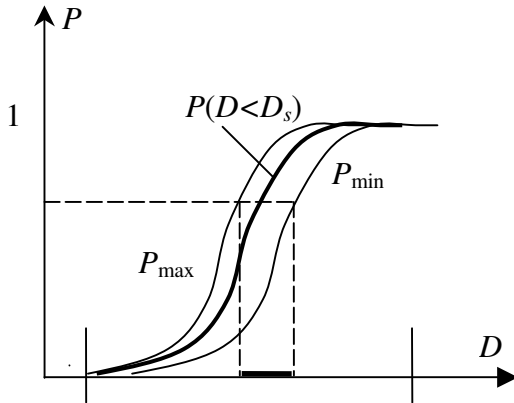


Рис. 3. Вероятностная трубка на основе ОИО.

Итак, для всего базового интервала имеем тройку функций распределения: $P_{\min}(D_s)$, $P_{\max}(D_s)$ и $P(D < D_s)$. Пара функций $P_{\min}(D_s)$, $P_{\max}(D_s)$ образует вероятностную трубку, которая характеризует неопределенность оценки «истинной» функции распределения $P(D < D_s)$ (Рис. 3). Заметим, что границы вероятностной трубки не всегда определяются только одним из возможных сценариев (например,

только пессимистичным или только оптимистичным), а могут соответствовать целой комбинации сценариев, каждый из которых играет ведущую роль на соответствующем участке базового интервала.

Самостоятельной задачей является уточнение границ вероятностной трубки для моноинтервальной интегральной оценки, полученной на основе ОИО. Для решения этой задачи сформулированы и доказаны следующие утверждения.

Утверждение 1

Пусть величина D описана обобщенной интервальной оценкой на вложенных или на смещенных интервалах. Пусть значение D_s , принадлежащее базовому интервалу оценки, содержится в подмножестве интервалов соответствующей полиинтервальной оценки, верхняя и нижняя граница которого задается значениями α_{up} и α_{low} параметра α . Тогда для функций распределения значений величины D на интервалах полиинтервальной оценки выполняются следующие соотношения:

$$1) \text{ при } \alpha \in (0; \alpha_{low}]: P(D < D_s | \alpha) = P(D < D_s | \alpha_{low}),$$

$$2) \text{ при } \alpha \in (\alpha_{up}; 1]: P(D < D_s | \alpha) = P(D < D_s | \alpha_{up}).$$

Утверждение 2

При выполнении условий Утверждения 1 имеют место следующие соотношения для границ вероятностной трубки, содержащей агрегированную моноинтервальную оценку, построенную на основе обобщенной интервальной оценки:

$$1) \text{ правая вероятностная граница: } P(D < D_s) \leq \tilde{P}_{\max}(D_s) \int_{\alpha_{low}}^{\alpha_{up}} f_1(\alpha) d\alpha + P_{up}(D_s) + P_{low}(D_s),$$

$$2) \text{ левая вероятностная граница: } P(D < D_s) \geq \tilde{P}_{\min}(D_s) \int_{\alpha_{low}}^{\alpha_{up}} f_1(\alpha) d\alpha + P_{up}(D_s) + P_{low}(D_s),$$

$$\text{где } \tilde{P}_{\max}(D_s) = \max_{\alpha \in [\alpha_{low}; \alpha_{up}]} P(D < D_s | \alpha), \quad \tilde{P}_{\min}(D_s) = \min_{\alpha \in [\alpha_{low}; \alpha_{up}]} P(D < D_s | \alpha),$$

$$P_{low}(D_s) = P(D < D_s | \alpha_{low}) \int_0^{\alpha_{low}} f_1(\alpha) d\alpha, \quad P_{up}(D_s) = P(D < D_s | \alpha_{up}) \int_{\alpha_{up}}^1 f_1(\alpha) d\alpha.$$

Разработана новая интерпретация структуры ОИО в виде совокупности вероятностных трубок, решающая задачу формализованного представления уже полученной от эксперта информации, которая ранее терялась при переходе от полиинтервальной оценки к моноинтервальному распределению. Алгоритмы преобразования ОИО позволяют анализировать экспертные оценки как при детерминированных значениях оцениваемой величины и вероятностной интерпретации соответствующих значений функции распределения, так и при фиксированном рассмотрении значений вероятности и соответствующих им распределений значений оцениваемой величины.

Опишем алгоритм построения совокупности вероятностных трубок на основе обобщенных интервальных оценок:

1) Для каждого фиксированного значения D_s из базового интервала ОИО оцениваемой величины значения функции $P(D < D_s | \alpha)$ упорядочиваются по возрастанию на отрезке $[P_{\min}(D_s); P_{\max}(D_s)]$.

2) Для каждого значения D_s можно говорить о распределении величины $P(D < D_s | \alpha)$ на отрезке $[P_{\min}(D_s); P_{\max}(D_s)]$. Этот отрезок разбивается на N равных частей. Значение плотности распределения величины $P(D < D_s | \alpha)$ для каждого участка этого разбиения задается функцией $g(P | D = D_s)$, получаемой после суммирования соответствующих значений исходной функции $f_1(\alpha)$ для всех $P(D < D_s | \alpha)$, попавших в

данный участок, и нормировки

$$\int_{P_{\min}(D_s)}^{P_{\max}(D_s)} g(P) dP(D_s) = 1.$$

3) По заданному экспертом уровню доверия β (интерпретируемому как вероятность попадания значения $P(D < D_s | \alpha)$ в искомый интервал) устанавливается интервал $[P_1; P_2] \subset [P_{\min}(D_s); P_{\max}(D_s)]$ значений функции распределения $P(D < D_s | \alpha)$ оцениваемой величины для каждого значения D_s :

$$\int_{P_1}^{P_2} g(P) dP(D_s) = \beta, \text{ причем } \int_{P_{\min}}^{P_1} g(P) dP(D_s) = \int_{P_2}^{P_{\max}} g(P) dP(D_s) = \frac{1 - \beta}{2}.$$

Таким образом, для каждого уровня доверия β строится пара функций P_1 и P_2 , образующая соответствующую вероятностную трубку на базовом интервале. Совокупность вероятностных трубок, отвечающих различным уровням доверия, образует *обобщенную вероятностную трубку*.

С другой стороны, для каждого значения функции распределения $P(D < D_s)$ можно указать соответствующий ему интервал значений оцениваемого параметра и, более того, говорить о распределении этих значений на указанном интервале. По аналогичному приведенному выше алгоритму для каждого значения $P_s = P(D < D_s)$ можно построить функции плотности распределения $g^*(D | P = P_s)$ и вложенные интервалы для соответствующих значений оцениваемого параметра, отвечающие заданным уровням доверия β .

На рис. 4 представлены вложенные вероятностные трубки, соответствующие заданным значениям уровня доверия β (80% и 60%) для ОИО, построенной на смещенных интервалах. Распределение по параметру α равномерное, закон распределения на интервалах нормальный.

Обозначения в легенде заданы следующим образом: “80% (P-fix)” отвечает вероятностной трубке, которая для каждого фиксированного значения функции

распределения $P(D < D_s)$ указывает интервал, содержащий значение D_s с вероятностью 80%. Другими словами, из всех возможных, по мнению эксперта, сценариев, в 80% случаев значение D_s , соответствующее заданному уровню вероятности $P(D < D_s)$, содержится в указанном интервале. Аналогично, “80% (D_s -fix)” отвечает вероятностной трубке, которая для каждого фиксированного значения оцениваемой величины указывает интервал, содержащий соответствующее значение функции распределения $P(D < D_s)$ с вероятностью 80%.

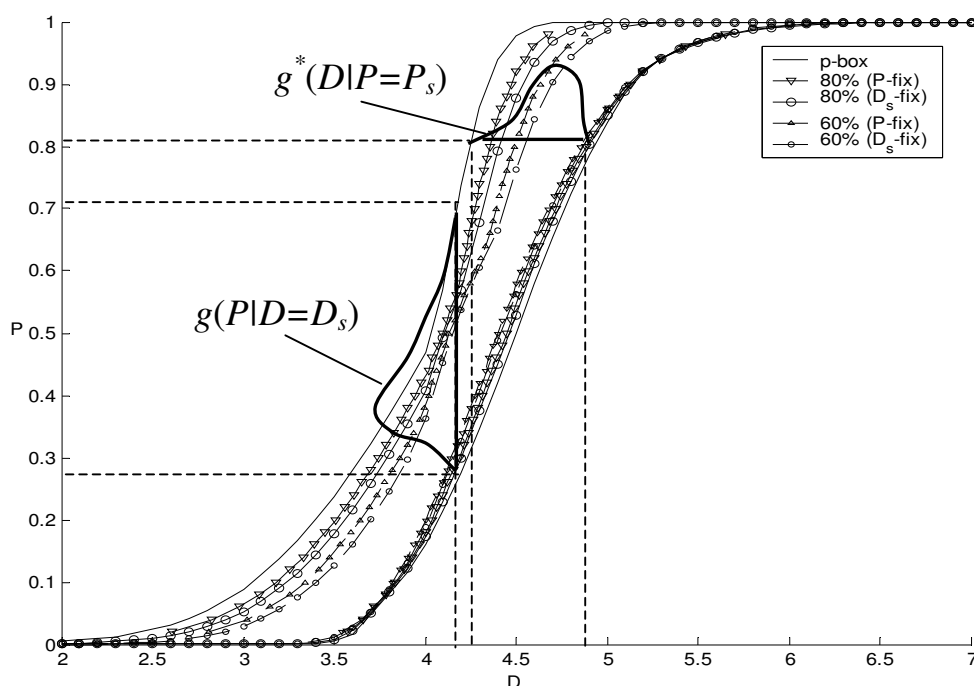


Рис. 4. Вложенные вероятностные трубки, соответствующие двум интерпретациям неопределенности.

При использовании различных подходов к извлечению и представлению экспертных знаний важно иметь возможность оценивать согласованность получаемых экспертных оценок. В рамках метода ОИО предложены два различных взгляда на анализ согласованности экспертных оценок. Эти итеративные подходы могут использоваться в зависимости от объема имеющейся информации об анализируемой величине и предпочтений эксперта. Первый подход представляет собой процедуру согласования полиинтервальных и моноинтервальных оценок путем сближения оценок моментов соответствующих распределений (например, через изменение моментов распределений, заданных на интервалах ОИО).

Второй подход основан на решении задачи о представлении моноинтервальной оценки в виде ОИО с заданным набором интервалов. Представим вычисление моноинтервального представления ОИО (вектор \mathbf{p}) в матрично-векторной форме:

$$\mathbf{p} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{h}, \text{ где } \mathbf{F} \text{ является матрицей размерности } N_D \times N_\alpha:$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} P(D < D_l^b | \alpha = 0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & & & & P(D < D_l^m | \alpha = 1) \\ \dots & & & & \dots \\ \dots & & & & P(D < D_r^m | \alpha = 1) \\ P(D < D_r^b | \alpha = 0) & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

\mathbf{h} – вектор размерности N_α с неотрицательными компонентами, причем $|\mathbf{h}| = \sum_1^{N_\alpha} h_i = 1$;

N_D и N_α обозначают количество шагов дискретизации соответственно по осям D и α .

Каждый j -й столбец матрицы \mathbf{F} является дискретным представлением функции распределения, описывающей j -й сценарий ОИО. Для каждого сценария функция распределения $P(D < D_s | \alpha)$ доопределена на весь базовый интервал ОИО нулями и единицами. Построенную таким образом матрицу назовем *матрицей сценариев ОИО*. Компоненты вектора \mathbf{h} являются весами, заданными экспертом для соответствующих интервалов-сценариев, составляющих ОИО.

Тогда для любой заданной моноинтервальной оценки \mathbf{p}_m можно поставить задачу оптимизации, решение которой даст полиинтервальное представление этой оценки на основе заданного множества интервалов (сценариев). Содержательно, определяется распределение весов заданных интервалов, при котором отклонение оценки \mathbf{p}_m от моноинтервального представления соответствующей ей ОИО минимально в выбранной метрике:

$$\mathbf{h}^* = \arg \min \|\mathbf{F} \cdot \mathbf{h} - \mathbf{p}_m\|, \quad \sum h_i = 1, h_i \geq 0. \quad (3)$$

В метрике L_2 задача (3) является задачей квадратичного программирования и может быть переформулирована в следующем виде:

$$\frac{1}{2} \mathbf{h}^T \mathbf{B} \mathbf{h} + \mathbf{b}^T \mathbf{h} \rightarrow \min ,$$

где $\mathbf{B} = 2\mathbf{F}^T \mathbf{F}$, $\mathbf{b}^T = -2\mathbf{p}_m^T \mathbf{F}$.

Ограничения также записываются в матрично-векторной форме:

$\mathbf{h} \geq 0$, $\mathbf{e}^T \mathbf{h} = 1$, где $e_i = 1$, $i = 1..N_\alpha$.

Алгоритм согласования экспертных оценок включает следующие шаги:

1) Эксперт задает оценку анализируемой величины в виде моноинтервального распределения (МИО) и ОИО;

2) Если интервал определения МИО и базовый интервал ОИО не совпадают, эксперту предлагается проанализировать возможные причины несогласованности и

модифицировать исходные оценки: изменить границы интервала МИО, изменить границы одного из сценариев ОИО или добавить новый сценарий и т.д.;

3) Если МИО выходит за границы вероятностной трубки, построенной на основе ОИО, эксперту предлагается проанализировать возможные причины несогласованности и модифицировать исходные оценки: скорректировать моноинтервальное распределение, скорректировать распределение в рамках одного из сценариев ОИО и т.д.;

4) На основе исходного распределения весов интервалов-сценариев в составе ОИО строится интегрированное моноинтервальное распределение, которое сравнивается с исходной МИО эксперта. Если согласованность оценок не устраивает эксперта, решается задача оптимизации (3). Решение дает максимально возможный уровень согласованности оценок эксперта в рамках заданного набора сценариев. Если этот уровень согласованности не устраивает эксперта, необходимо вернуться к этапу анализа и модификации МИО и ОИО. Если предлагаемое эксперту распределение весов сценариев не соответствует его взглядам на анализируемую ситуацию, эксперт может наложить определенные ограничения на искомое распределение весов. Например, «вес сценария X должен быть не больше (не меньше, равен) 0.3» или «сумма весов сценариев X , Y и Z должен быть не больше (не меньше, равен) 0.5».

5) Наконец, если эксперт неудовлетворен достигнутым уровнем согласованности, и при этом он заинтересован в согласовании оценок не на всем интервале возможных значений оцениваемой величины, а лишь на его подмножествах, задача (3) может быть поставлена в локальной форме, т.е. на подмножествах базового интервала. Формирование новой матрицы F осуществляется из строк исходной матрицы, содержащих значения функций распределения для величины D из анализируемых подмножеств базового интервала. Аналогичным образом формируется и вектор p_m , являющийся дискретным представлением исходной МИО, указанной экспертом. За счет сужения области анализа и ослабления ограничений на остальных участках базового интервала можно получить лучший уровень согласованности оценок.

Интерактивная процедура на основе предложенного алгоритма может быть также использована для выработки согласованных коллективных решений, когда к оценке некоторого параметра модели привлекается несколько экспертов. Пусть оценка эксперта представлена в виде ОИО. Назовем множество интервалов-сценариев, составляющих соответствующую полиинтервальную оценку, *сценарным базисом* данного эксперта. Сценарные базисы различных экспертов могут не совпадать. Для организации содержательного диалога между экспертами возникает задача

представления оценки одного эксперта в сценарном базисе другого эксперта. При таком подходе каждый из участников будет рассуждать в близких ему понятиях, анализируя сходства и различия оценок в терминах весов хорошо знакомых ему сценариев.

Пусть ОИО1 – оценка Эксперта 1, ОИО2 – оценка Эксперта 2. Тогда задача представления оценки Эксперта 1 в сценарном базисе Эксперта 2 может быть поставлена в виде задачи (3), где матрица \mathbf{F} является матрицей сценариев ОИО2, а вектор \mathbf{p}_m – дискретным представлением моноинтервальной интегрированной оценки ОИО1. Решением задачи является распределение весов для сценарного базиса Эксперта 2, при котором отклонение соответствующей интегрированной моноинтервальной оценки получаемой ОИО от \mathbf{p}_m является минимальным в выбранной метрике. Другими словами, решение этой задачи позволяет предположить, как выглядела бы оценка Эксперта 1, если бы он рассуждал только на основе опыта (сценарного базиса) Эксперта 2. Таким образом, применение изложенного подхода в рамках ОИО дает основу для организации содержательного диалога между экспертами и помогает найти компромиссное решение.

В заключительной части главы проведено исследование взаимосвязей подхода ОИО с существующими количественными методами представления экспертных знаний. Установлено, что ПИО с заданным распределением весов составляющих ее интервалов может быть интерпретирована как структура Демпстера-Шейфера, в которой фокальные элементы соответствуют интервалам ПИО. Знания эксперта и имеющаяся в его распоряжении информация могут позволить ему указать распределения на каждом из фокальных элементов структуры Демпстера-Шейфера. В рамках формализма ОИО это означает определение функций $f_2(D|\alpha)$ на интервалах ПИО. Таким образом, ОИО может рассматриваться как обобщение подхода Демпстера-Шейфера на случай, когда неопределенность каждого «свидетельства» может быть описана не только фокальным интервалом, но и вероятностным распределением на этом интервале. А при трактовке интервалов-сценариев и их весов с позиций теории нечеткости структура ОИО может быть преобразована в нечеткое число типа II.

В третьей главе определены арифметические операции на множестве ОИО, разработаны соответствующие расчетные схемы и вычислительные алгоритмы.

Глава посвящена вычислениям с количественными экспертными оценками в условиях неопределенности. Приведен обзор известных на настоящий момент методов вычисления с экспертными оценками в рамках теоретико-вероятностного

формализма: метод вычисления вероятностных границ и метод определения трубки распределения (Distribution Envelope Determination).

На основе указанных методов вероятностной арифметики и методов расчета результатов арифметических операций на структурах Демпстера-Шейфера, разработаны алгоритмы, позволяющие вычислять результаты арифметических операций на множестве ОИО.

Рассмотрим две ОИО, являющихся оценками величин A и B . Каждая из оценок-операндов может быть представлена набором своих интервалов-сценариев. Пусть количество сценариев в составе ОИО величины A есть n , а соответствующее значение для ОИО величины B составляет m сценариев. Результат арифметической операции $*$ (сложение, вычитание, умножение, деление) может быть получен путем заполнения таблицы $(n+1) \times (m+1)$, представленной ниже (таблица 1). В первом столбце таблицы выпишем интервалы, соответствующие сценариям ОИО величины A . Порядок следования интервалов не является принципиальным. В таблице они представлены последовательно, отсортированными по убыванию, начиная с максимального интервала, отвечающего $\alpha = 0$. Аналогичным образом в первой строке таблицы перечислены сценарии в составе ОИО величины B .

Таблица 1. Результат арифметической операции $A*B$

	$[B_l^b; B_r^b]$	$[B_l^1; B_r^1]$...	$[B_l^m; B_r^m]$
$[A_l^b; A_r^b]$	$[A_l^b; A_r^b] * [B_l^b; B_r^b]$	$[A_l^b; A_r^b] * [B_l^1; B_r^1]$...	$[A_l^b; A_r^b] * [B_l^m; B_r^m]$
$[A_l^1; A_r^1]$	$[A_l^1; A_r^1] * [B_l^b; B_r^b]$	$[A_l^1; A_r^1] * [B_l^1; B_r^1]$...	$[A_l^1; A_r^1] * [B_l^m; B_r^m]$
...
$[A_l^n; A_r^n]$	$[A_l^n; A_r^n] * [B_l^b; B_r^b]$	$[A_l^n; A_r^n] * [B_l^1; B_r^1]$...	$[A_l^n; A_r^n] * [B_l^m; B_r^m]$

Тогда оценка результирующей величины $A*B$ будет состоять из $n \times m$ интервалов, определяемых следующим образом. Каждый $i \times j$ -й интервал является результатом операции $*$ для i -го сценария из ОИО величины A и j -го сценария из ОИО величины B . Для случая вероятностных оценок этот результат может быть получен с помощью одного из методов вероятностной арифметики, представленных выше, либо с помощью методов статистических испытаний (например, метода Монте-Карло или метода Латинских квадратов). В результате получаем полиинтервальную оценку, состоящую из $n \times m$ интервалов, на каждом из которых задано соответствующее распределение.

Поскольку произвольная ОИО может быть преобразована в нормальную форму, будем считать, что рассматриваемые ОИО-операнды заданы в нормальной форме. Если вес каждого интервала ОИО величины A равен $1/n$, а вес интервалов в составе ОИО величины B равен $1/m$, то вес каждого интервала в составе оценки результирующей величины в случае независимости сценариев равен $1/mn$. Полученная полиинтервальная оценка удовлетворяет определению обобщенной интервальной оценки, данному в главе 1. Следовательно, множество ОИО замкнуто относительно введенных арифметических операций.

На время вычисления и точность получаемых результатов влияют два параметра алгоритма: количество шагов дискретизации по оси сценариев Na и количество шагов дискретизации по вероятностной оси при расчете по правилам вероятностной арифметики Np . Оценка сложности алгоритма для случая независимости операндов в среднем составляет $O(Na^2 Np^2 \log_2(Np))$, где $Na = \sqrt{Na_1 Na_2}$; $Np = \sqrt{Np_1 Np_2}$, Na_1 и Na_2 – количество сценариев в первом и втором операндах, Np_1 и Np_2 – количество шагов дискретизации по вероятностной оси для каждого сценария первого и второго операндов. При использовании метода Монте-Карло сложность алгоритма в среднем $O(Na^2 Np \log_2 Np)$, где Np – количество розыгрышей при расчете одной ячейки таблицы 1.

Для исследования чувствительности результатов введенных операций к различным значениям указанных выше параметров была проведена серия вычислительных экспериментов с различными арифметическими операциями. В ходе вычислительного эксперимента количество шагов дискретизации по оси сценариев изменялось от $Na = 5$ до $Na = 50$, а число шагов дискретизации по вероятностной оси для внутренних расчетов по алгоритмам вероятностной арифметики варьировалось от $Np = 20$ до $Np = 100$. Результаты эксперимента для операции сложения приведены на рис. 5 и рис. 6.

Результаты серии экспериментов для различных комбинаций исходных ОИО-операндов позволяют сделать вывод об относительной стабильности границ вероятностной трубки результирующей ОИО при изменении значений Np в диапазоне значений от 20 и выше и относительной стабильности агрегированной моноинтервальной оценки ОИО при значениях Np от 25 и выше (рис. 5).

В то же время, результаты оказываются чувствительны к шагу дискретизации по оси сценариев, что заставляет использовать при расчетах значения Na не меньше 10 (рис. 6). Большие значения Na в исходных ОИО-операндах приводят к значительному

количеству интервалов в составе результирующей ОИО. Для эффективного использования результирующей ОИО в дальнейших вычислениях разработана процедура снижения количества интервалов в обобщенной оценке путем усреднения части интервалов в ее составе.

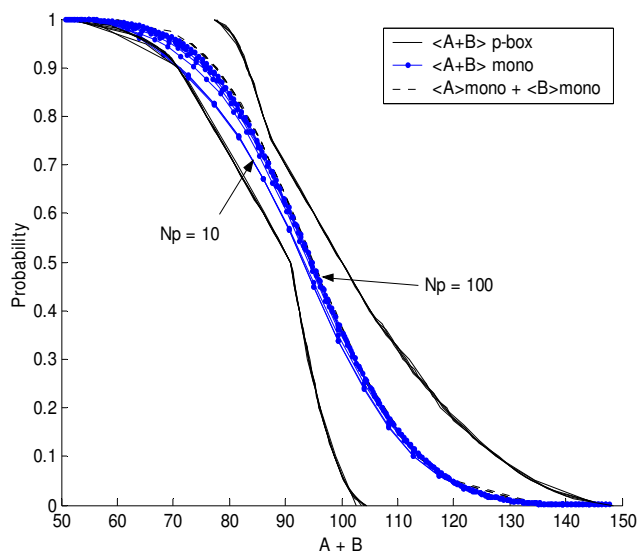


Рис. 5. Изменение числа шагов дискретизации N_p от 10 до 100 при $N_a = 10$.

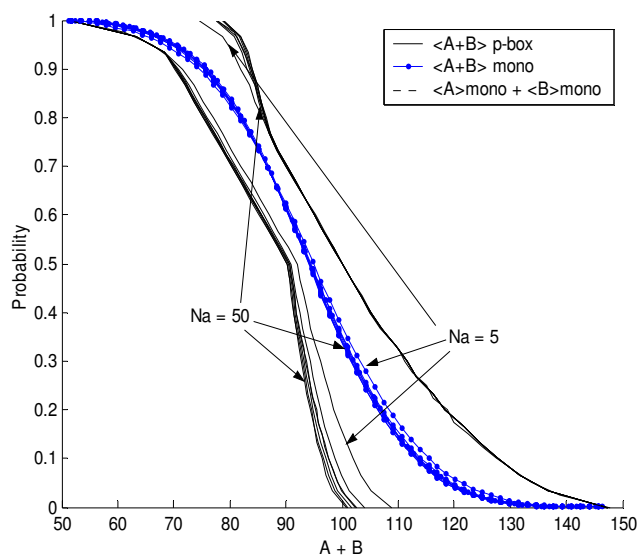


Рис. 6. Изменение числа шагов дискретизации по оси сценариев от 5 до 50 при $N_p = 25$.

Предложенные алгоритмы проиллюстрированы примерами расчетов для всех четырех арифметических операций. Приведены примеры вычислений с ОИО на смещенных интервалах, а также пример расчета с экспертными оценками, одна из которых задана в виде ОИО, а другая – в виде моноинтервального распределения.

Разработаны схемы учета различных типов зависимости ОИО-операндов. В исходном алгоритме условие сценарной независимости (вероятность возникновения сценария в составе ОИО величины A не зависит от появления сценария из ОИО величины B) использовалось для расчета распределения весов интервалов в составе результирующей ОИО, а условие независимости величин A и B , оцениваемых экспертом в виде ОИО, - для расчетов попарных вероятностных операций на сценариях из ОИО величины A и ОИО величины B : $[A_l^i; A_r^i] * [B_l^j; B_r^j]$.

Если эксперт может описать характер зависимости оцениваемых величин, то эта информация учитывается при соответствующих расчетах по алгоритмам вероятностной арифметики или с помощью метода Монте-Карло.

Если, по мнению эксперта, имеет место сценарная зависимость (например, определенным сценариям ОИО одной величины отвечает заданный набор сценариев ОИО другой величины), то эта информация может быть учтена при расчетах весов

интервалов в результирующей ОИО. Приведены примеры расчетов с учетом различных типов зависимости ОИО-операндов. Особым случаем учета зависимости операндов в процессе вычисления является случай неизвестной зависимости операндов. В такой ситуации у эксперта нет достаточной аргументации для предположения независимости оцениваемых величин, но характер возможной зависимости он описать не может. Результирующая ПИО в этом случае будет состоять из интервалов-сценариев, на каждом из которых определена вероятностная трубка. Подобную структуру можно интерпретировать как пару ОИО Z_l и Z_r , каждая из которых определяет соответствующую границу вероятностной трубки, заведомо включающей функцию распределения результирующей величины.

Цели анализа проблемной ситуации и его этапы предъявляют соответствующие требования к процессу вычислений с количественными экспертными оценками, а также к представлению результатов этих вычислений. Предложена иерархическая схема вычислений неопределенных величин, позволяющая совместно оперировать с экспертными оценками, заданными в виде интервалов, моноинтервальных распределений, вероятностных трубок и ОИО. Показано, как трехуровневая схема «точечное значение» – «интервал» – «распределение на интервале» может быть использована для построения оценки анализируемой величины и для более детального анализа неопределенности экспертных знаний об оцениваемой величине. Во втором случае указанные уровни отвечают представлению экспертных знаний соответственно в виде моноинтервального распределения, вероятностной трубки и обобщенной интервальной оценки.

Вычисления на структурах ОИО являются трудоемкими и могут потребовать значительных временных и вычислительных ресурсов. В качестве промежуточного этапа вычисления по моделям могут быть проведены с трехкомпонентным представлением ОИО – границы вероятностной трубки и моноинтервальное представление ОИО. В первом приближении расчеты могут осуществляться при упрощенных описаниях зависимости анализируемых величин, что позволит эффективно использовать трехкомпонентное представление ОИО для вычисления и анализа результирующих показателей моделей. Показано, что при некоторых типах зависимостей между моделируемыми величинами результат операции с моноинтервальными представлениями ОИО может отличаться от моноинтервального представления результирующей ОИО. Такие случаи требуют полных расчетов с экспертными оценками, заданными в виде ОИО.

В четвертой главе рассматривается программная реализация предложенных методов и алгоритмов. Разработанные программные средства основаны на компонентной технологии, что позволяет использовать их в виде COM-объектов в других приложениях, в частности, в системах поддержки экспертных решений. Использование разработанных программных модулей позволяет решить следующие задачи:

- 1) извлечь и представить экспертные знания в виде любой из трех форм: моноинтервальное распределение, вероятностная трубка, обобщенная интервальная оценка;
- 2) провести анализ согласованности оценок, построенных экспертом;
- 3) провести вычисления по арифметическим операциям с обобщенными интервальными оценками, вероятностными трубками и моноинтервальными распределениями с учетом различных типов зависимостей между операндами.

Для обеспечения максимальной доступности предложенных методов и алгоритмов был разработан Web-компонент, структурная схема которого представлена на рис. 7.

Приводится описание функциональных возможностей программного компонента, пользовательского интерфейса, обсуждаются различные варианты интеграции компонента с системой поддержки экспертных решений.

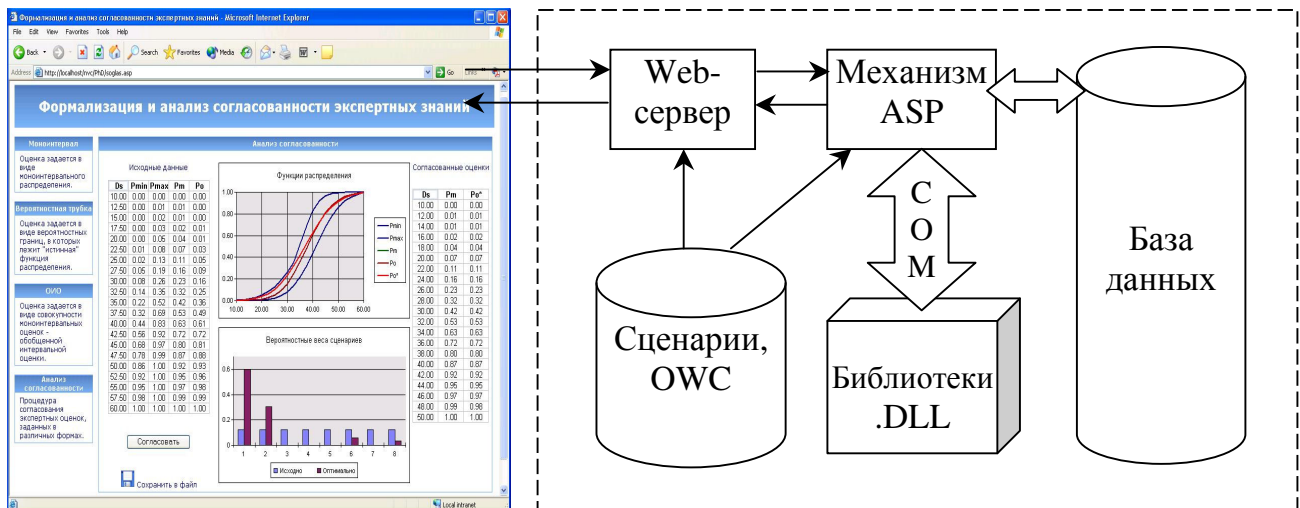


Рис. 7. Структурная схема Web-компонента.

В качестве примера проблемной ситуации, анализируемой в условиях неопределенности, рассматривается задача оценки запасов нефтегазовых месторождений на ранней стадии их изученности. Раскрывается актуальность и специфика задачи, приводится описание объемной модели оценки запасов нефтяных месторождений и ее исходных параметров. Необходимость использования вероятностного аппарата при решении рассматриваемой задачи связана с

вероятностным характером международной классификации запасов углеводородов. Ориентированность на эту классификацию является важным фактором для российских нефтегазовых компаний, вовлеченных в международный бизнес.

Проведен анализ запасов одного из нефтяных месторождений Западной Сибири с использованием разработанных методов учета неопределенности экспертных знаний. Исходные оценки параметров объемной модели оценки запасов нефти формировались экспертом с помощью Web-компонента. Два параметра (площадь и толщина нефтенасыщенного слоя) были заданы в виде ОИО, остальные – в виде моноинтервальных распределений. Приведены исходные данные по месторождению, описан процесс построения экспертом обобщенных интервальных оценок. Расчеты по модели, визуализация и анализ результатов осуществлялись с помощью программных средств, разработанных в среде MATLAB.

Применение предложенных подходов позволило оценить неопределенность оценок, получаемых для объемов доказанных, вероятных и возможных запасов, являющихся основными характеристиками анализируемого месторождения (рис. 8).

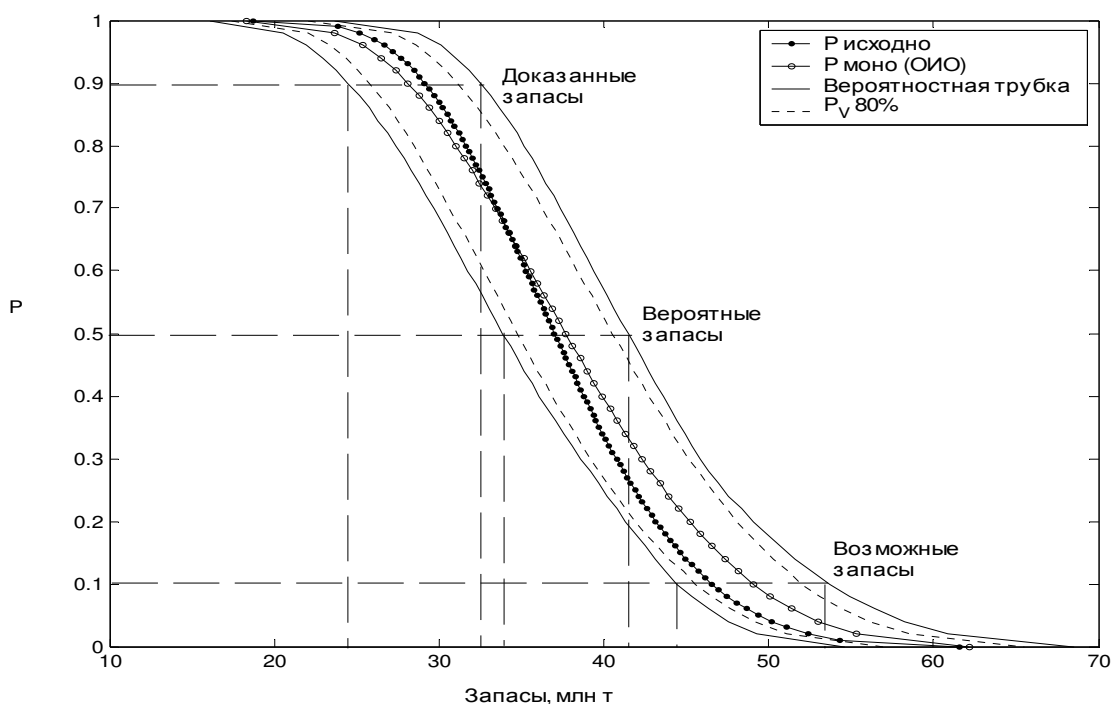


Рис. 8. Оценка запасов нефтяного месторождения.

Оценка объемов каждой из этих трех категорий запасов нефти была получена в виде интервала значений и вероятностного распределения на этом интервале. Это дало возможность оценить не только величину разброса возможных значений объемов, но и вероятность получения объемов запасов данной категории не меньше определенной величины.

Так, например, оказалось, что оценка объема доказанных запасов, полученная с помощью моноинтервального подхода, соответствует недопустимо низкому, по мнению эксперта, уровню доверия (0.37). Выбор приемлемого уровня доверия остается за экспертом или лицом, принимающим решение (ЛПР). На определенном экспертом уровне доверия 0.8 для категорий доказанных и вероятных запасов отклонение оценок объемов от величин, полученных с помощью моноинтервального подхода, составило соответственно 11.3% и 9.5%. Вероятностный характер описания объемов категорий запасов, получаемого в результате применения предложенных методов, позволяет провести анализ рисков на основе этих оценок.

В заключении приведены основные выводы и результаты, полученные в диссертационной работе.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Проведено исследование современных подходов к извлечению и представлению экспертных знаний о неполно и неточно известных количественных величинах. Выявлены трудности, связанные с психологическими аспектами поведения человека, особенностями формирования его суждений о значениях оцениваемой величины в условиях недостатка информации.

2. В рамках подхода обобщенных интервальных оценок разработан новый метод представления и учета неопределенности экспертных знаний. Метод объединяет интервальный и вероятностный подходы и позволяет получить математическое представление информации, ранее не формализуемой с помощью существующих подходов. Сформулированы и доказаны утверждения, обеспечивающие такое представление.

3. Разработаны интерактивные процедуры анализа согласованности экспертных оценок, основанные на решении сформулированной задачи оптимального полиинтервального представления моноинтервальной оценки. Показано, как учитываются различные типы суждений эксперта в ходе процедуры согласования. Предложена процедура согласования коллективного решения, когда к оценке некоторого параметра (параметров) модели привлекается несколько экспертов.

4. Исследована взаимосвязь подхода обобщенных интервальных оценок с существующими количественными методами представления экспертных знаний. Установлено, что обобщенная интервальная оценка является обобщением структуры Демпстера-Шейфера. Показано, что при формализации экспертных суждений с

позиций теории нечеткости обобщенная интервальная оценка может быть преобразована в нечеткое число типа II.

5. Определены арифметические операции (сложение, вычитание, умножение, деление) на множестве обобщенных интервальных оценок. Разработаны алгоритмы, позволяющие вычислять результаты арифметических операций с учетом независимости, заданной зависимости и неизвестной зависимости операндов. Алгоритмы могут быть использованы для расчетов результирующих показателей анализируемых моделей.

6. Методы и алгоритмы реализованы в виде компонентных программных модулей. Создан Web-компонент для формализованного представления и анализа согласованности экспертных знаний.

7. Разработанные алгоритмы и программные средства применены при оценке запасов слабоизученного нефтяного месторождения Западной Сибири.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Стернин М.Ю., Чугунов Н.В., Шепелев Г.И. Система поддержки экспертных решений оценки запасов углеводородов. // Искусственный интеллект, 2004, №2. – С. 388-392.
2. Стернин М.Ю., Чугунов Н.В., Шепелев Г.И. Метод представления экспертных знаний в условиях неопределенности // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте / Труды III-го Международного научно-практического семинара. М.: Физматлит, 2005. – С. 369-375.
3. Стернин М.Ю., Чугунов Н.В., Шепелев Г.И. Обобщенные интервальные оценки в моделях предметных областей систем поддержки экспертных решений // Методы поддержки принятия решений: Т.12. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – С. 95-113.
4. Чугунов Н.В. О способе представления экспертных знаний в распределенной системе поддержки экспертных решений // Методы поддержки принятия решений: Т.12. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – С. 114-123.
5. M. Sternin, N.Chugunov, G.Shepelev. The account of uncertainty at support expert solutions // Proceedings of the International Scientific Conference “Intelligent Systems (IEEE AIS’05)”. Moscow: Physmathlit, 2005. vol. 3. – P.144.
6. Стернин М.Ю., Чугунов Н.В., Шепелев Г.И. Метод обобщенных интервальных оценок: согласование экспертных знаний и зависимость параметров // Системный

анализ и информационные технологии: Труды конференции. В 2 т. Т.1. – М.: КомКнига, 2005. – С. 304-309.

7. Стернин М.Ю., Чугунов Н.В., Шепелев Г.И. Учет неопределенности экспертных знаний: синтез интервального и вероятностного подходов // Информационные технологии и вычислительные системы, 2005, №4. – С.36-46.
8. Чугунов Н.В. Метод обобщенных интервальных оценок для поддержки групповых решений в условиях неопределенности. // Научная сессия МИФИ-2006. Сборник трудов. Том 3. Интеллектуальные системы и технологии. М.: МИФИ, 2006. – С. 200-201.
9. Чугунов Н.В. О методе получения и анализа экспертных оценок в условиях неопределенности. // Труды V международной конференции «Идентификация систем и задачи управления. SICPRO'06». М.: Институт проблем управления им. Трапезникова РАН, 2006. – С. 2126-2141.