

## ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЙРОННОЙ СЕТИ СО СВЯЗЯМИ ПО СХЕМЕ ГОЛОГРАФИИ ФУРЬЕ НА АДЕКВАТНОСТЬ ПОРОЖДАЕМЫХ ГИПОТЕЗ

З.С. Бекашева (*zoya.bekyasheva@phoi.ifmo.ru*),

А.В. Павлов (*pavlov@phoi.ifmo.ru*)

Санкт-Петербургский Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики,  
Санкт-Петербург

Исследовано влияние характеристик нейронной сети со связями по схеме голографии Фурье на адекватность порождаемых гипотез условиям задачи. Применительно к характеристикам реальных регистрирующих сред для записи матрицы весов связей и с учетом спектра фаз в увязке с размерностью слоя сенсорных нейронов показано, что адекватность гипотез возрастает при увеличении размера и эффективного числа нейронов паттерна репрезентации условий задачи.

### Введение

Выдвижение гипотез - один из ключевых механизмов мышления. Различают гипотезы абдуктивные и индуктивные [Вагин, 2008], творческие [Фоминых, 2002, Павлов, 2010 а], etc. В рамках концепции образного мышления [Кузнецов, 1995, Голицын и Фоминых, 1996, Павлов, 2008] актуальна реализация механизмов порождения гипотез на искусственных нейронных сетях (НС). В [Павлов, 2010 а,б] показано, что двухслойная НС со связями по схеме голографии Фурье (рис.1.), в хаотическом режиме порождает континуум творческих гипотез, а в конвергентном – абдуктивные и индуктивные. Последние интересны как один из методов формирования понятий (абстрактных) посредством обработки сенсорных образов.

Условия задачи представляются НС рис.1.а в слое репрезентаций  $R$  в виде картины нейронной активности, инициированной воспринятой сенсором информацией - паттерна внутренней репрезентации (ПВР-УЗ). Гипотеза формируется также в слое  $R$  как паттерн ПВР-Г – результат обработки ПВР условий задачи. НС рис.1, в зависимости от параметров сети, реализует разные модели обработки – регрессию ПВР УЗ по ПВР

знаний, нелинейную обработку паттерна сравнения с переобучением НС, etc [Павлов 2010 a,b,c].

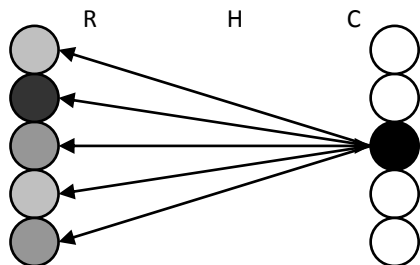


Рис.1.а. Структура связей слоев двухслойной НС при обучении по правилу Хебба и реализации ассоциативной памяти.

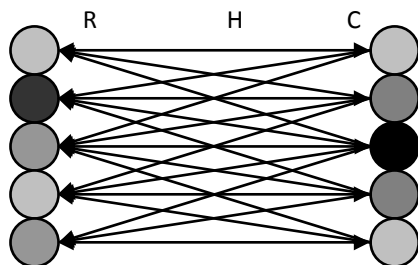


Рис.1.б. Структура связей слоев НС, необходимая при порождении гипотез.

Гипотеза представляет собой вариант ответа на задачу, подлежащий затем верификации на соответствие реальности. Первый шаг здесь - вопрос адекватности порожденной гипотезы условиям задачи. При этом встает проблема определения адекватности и её меры. В рамках нашего подхода к обработке информации как НС обработке ПВР, в качестве меры адекватности могут рассматриваться, в том числе и изменения оценок статистических характеристик ПВР-Г относительно ПВР-УЗ. Такой подход с позиции теории случайных процессов основан на рассмотрении ПВР-Г и ПРВ-УЗ как ограниченных реализаций одного случайного поля. В частности, поскольку реальная информация и, соответственно, её ПВР, как правило, неоднородны, значимы оценки однородности ПВР и изменение этих оценок ПВР в ходе НС обработки означает снижение адекватности порождаемой гипотезы.

При таком подходе актуализируется вопрос зависимости статистических характеристик формируемых ПВР-Г как от характеристик ПВР-УЗ, так и от свойств самой НС. Последние определяются как свойствами эталонных ПВР, которыми обучена НС, так и особенностями аппаратной реализации НС, в первую очередь - характеристиками регистрирующих сред для записи весов связей (искусственных синапсов) и размерностью слоя репрезентаций R.

В докладе, в развитие [Бекашева, Павлов, 2011 a,b], исследовано влияние нелинейности, адекватной реальным методам записи матрицы весов связей в НС рис.1 в увязке с размерностью слоя R и спектром фаз ПВР условий задачи на оценки однородности ПВР по двум первым статистическим моментам.

## 1. Модель НС и подход к задаче

В модели НС рис.1 связи слоев R и C формируются в пространстве Фурье, матрица весов (голограмма) описывается выражением, представляющим частный случай формализации правила обучения Хэбба:

$$H_{R \rightarrow C}(v_x, v_y) = F^*(Im_R(x, y))F(Im_C(x, y)), \quad (1)$$

где  $F$  – символ преобразования Фурье, астериск – комплексное сопряжение,  $Im_R$  и  $Im_C$  – эталонные ПВР в слоях R и C, соответственно, которыми обучается сеть. При предъявлении обученной НС в слое R ПВР-УЗ  $Im_{per}(x, y)$ , ПВР в слое C описывается как функция корреляции  $Im_{per}(x, y)$  и  $Im_R(x, y)$ .

На этапе обратного прохождение возбуждения от слоя C к слою R при порождении абдуктивных и индуктивных гипотез используется матрица связей (1). При этом ПВР-Г, порождаемый в слое R, описывается:

$$Im(x, y) = Im_{per}(x, y) * (Im_{per}(x, y) \otimes Im_R(x, y)), \quad (2)$$

где  $*$  и  $\otimes$  символы свертки и корреляции, соответственно. При реализации модели линейной регрессии используется инверсная матрица связей

$$H^{-1}(v_x, v_y) = (F^*(Im_R(x, y)))^{-1}. \quad (3)$$

Тогда, в предположении линейности активационных функций нейронов в слое C (C-нейронов), картина нейронной активности в слое R вокруг ПВР-УЗ  $Im_R(x, y)$ , восстановленная в итерации  $R \rightarrow H \rightarrow C \rightarrow H^{-1} \rightarrow R$ , описывается:

$$Im(x_k, y_i) = F(F(C(x_k + \zeta, y_i + \eta))(F^*(Im_R(x, y)))^{-1}), \quad (4)$$

где  $\zeta, \eta$  – координаты в слое C,  $(x_k, y_i)$  – координаты в слое R вне области определения  $Im_R(x, y)$  (ореол - гипотетическое расширение ПВР знаний).

НС рис.1. широко используется для реализации ассоциативной памяти (АП). Основное отличие режима порождения гипотез от АП в том, что при реализации АП в слое C на этапе  $C \rightarrow R$  используется только один нейрон-победитель, активированный глобальным максимумом автокорреляционной функции (ГМ АКФ)  $Im_{per}(x, y) \otimes Im_R(x, y)$  - структура связей, соответствующая модели «звезда Гроссберга», дана на рис.1.a., а для порождения гипотез (2) и (4) необходима вся КФ, включая боковые максимумы – схема связей при порождении абдуктивных и индуктивных гипотез приведена на рис.1.b.

Выражения для матриц весов (1) и (3) соответствуют идеальному случаю. При реализации НС «в железе» имеют место два этапа обучения сети – сначала формируются веса связей, а затем запоминаются –

записываются на регистрирующей среде, моделирующей синапсы. Здесь существенную роль играет нелинейность динамического диапазона регистрирующих сред. Этот фактор, всегда присутствующий в аппаратной реализации, особо актуален для НС со связями в пространстве Фурье, поскольку Фурье-образы ПВР в силу внутренней коррелированности последних, как атрибута реальной информации, имеют перепад амплитуд, существенно превышающий квазилинейный участок динамического диапазона. В результате, связи записываются только в ограниченном интервале частот. Соответственно, и гипотезы (2) и (4) строятся не для исходного ПВР-УЗ  $Im_{per}(x,y)$ , но для ПВР, профильтрованного реально запомненными матрицами весов связей.

Эта фильтрация влияет на ряд характеристик формируемых сетью ПВР:

Меняется разрешение ПВР-Г относительно ПВР-УЗ, что соответствует либо обобщению с потерей деталей, либо, наоборот, детализации с потерей общности. Этот механизм полезен для настройки сети.

С точки зрения адекватности порождаемой гипотезы условиям задачи менее заметен, но более важен другой эффект фильтрации – изменение статистических моментов ПВР-Г относительно ПВР-УЗ. Актуальность этого фактора определяется тем, что реальная информация неоднородна. Изменение однородности ПВР в результате НС обработки, как её повышение, так и снижение, означает снижение адекватности гипотезы.

В рамках традиционного подхода к оценке однородности паттернов и влиянии на неё фильтрации обычно учитывается только спектр амплитуд и не рассматривается влияние спектра фаз. Между тем, специфика структуры связей слоев НС, используемой в режиме порождения гипотез (рис.2.б.), в том, что на этапе прохождения возбуждения С→R существенны связи от С-нейронов, активированных боковыми максимумами КФ. Уровни активации последних, в свою очередь, значительно меняются от ПВР к ПВР, эта изменчивость зависит именно от спектра фаз вкупе с размером ПВР-УЗ.

Для упрощения выкладок примем допущение о разделимости переменных в функции двух координат при описании ПВР, перейдем к функциям одного аргумента и используем термины «стационарность» и «процесс» вместо «однородность» и «поле». Опишем ПВР в слое R как  $Im(x)$  - реализацию длиной  $2L$  случайного процесса с экспоненциальным спектром амплитуд и случайным спектром фаз, равномерно распределенных на интервале  $[0, 2\pi]$ :

$$Im(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{i}{N}\right) \cos(i \cdot x \cdot \omega_1 - \varphi_i), \quad (5)$$

где  $N$  – параметр,  $\omega_1$  – нижняя граничная круговая частота,  $\varphi_i$  – фаза.

Оценки стационарности по мат.ожиданию  $V_M$  и дисперсии  $V_D$  определим как функции меры информативности ПВР - обобщенной частоты  $\Omega = L/r$ , где  $r$  – радиус корреляции, через разности соответствующих оценок левой  $Im_l$  и правой  $Im_r$  частей, отнесенные для нормировки к более высоким моментам:

$$V_M(\Omega) = 1 - \frac{(M(Im_l) - M(Im_r))^2}{D}, \quad (6)$$

$$V_D(\Omega) = 1 - \left( \frac{(D(Im_l) - D(Im_r))^2}{\mu^4} \right) \quad (7)$$

где  $M$  и  $D$  – мат.ожидание и дисперсия, соответственно,  $\mu^4$  - четвертый центральный момент.  $\Omega$  описывает число реально разрешаемых нейронов.

## 2. Влияние фильтрации и размера ПВР на изменение оценок стационарности ПВР

Использованы четыре модели передаточных характеристик искусственных синапсов, учитывающие ограниченность динамического диапазона и адекватные реально записываемым голограммам Фурье:

А) – с неограниченным (линейным) динамическим диапазоном;

Б) - фильтр высоких частот (сигмоидальный)  $\left( 1 + \exp\left(-\left(\frac{\omega-150}{100}\right)\right) \right)^{-1}$ ;

В) - фильтр низких частот - функция Гаусса  $\exp\left(-\frac{\omega^2}{50}\right)$ ;

Г) - полосовой фильтр - смещенная функция Гаусса  $\exp\left(-\left(\frac{\omega-140}{120}\right)^2\right)$ .

Фильтрация ведет к изменению  $r$  и, тем самым, величины  $\Omega$ . Так как два метода изменения  $\Omega$  – изменение  $2L$  или  $r$  посредством фильтрации, не равноценны в плане изменения оценок, исследовано и влияние на оценки размера ПВР. Для ПВР (5) со случайным спектром фаз и  $2L = 512, 1024, 2048$  и  $4096$  оценки (6) и (7) вычислялись и усреднялись по ансамблю более 100.

На рис. 2 приведены зависимости  $V_M$  от  $\Omega$  для указанных моделей искусственных синапсов при  $2L = 4096, 2048$  и  $1024$ . Для  $2L=512$  в силу низких значений  $\Omega$  зависимости в левой части графика и не приведены. Для  $2L=256$   $r$  иногда сравним с  $L$  и ощутимы эффекты гиперкоррелированности. По мере уменьшения  $L$  возрастает вариативность спектров амплитуд за счет влияния спектра фаз,

убывающая с ростом частоты. Как результат - вариативность  $r$ , зависящая от  $\omega$ . Поэтому на рис.2 значения  $\Omega$  усреднены.

Оценки для малых длин лежат левее и выше, чем для больших. Этот, казалось бы, парадоксальный результат обусловлен влиянием АКФ кадрового окна, ограничивающего размер ПВР в слое R, на АКФ ПВР и, в частности, на величину  $r$ . Эффект ярко выражен в диапазоне низких частот и ослабевает с ростом как частоты, так и  $L$ . Уменьшение  $r$  в результате влияния АКФ слоя С не пропорционально  $L$ , поэтому значения  $\Omega$ , соответствующие большим  $L$ , смещаются правее – соответствующие точки оказываются правее, но и ниже исходной кривой. Однако абсолютные значения с ростом  $L$  возрастают, поскольку увеличение  $L$  ведет к росту  $\Omega$  и росту оценки.

В результате, зависимости оценок от  $\Omega$  растут медленнее при больших  $L$ . Это связано с меньшим влиянием АКФ кадра и, следовательно, более быстрым ростом  $\Omega$  по мере возрастания  $L$  - с ростом  $L$  кривые растягиваются вправо и при больших  $L$  растут медленнее, чем в диапазоне малых.

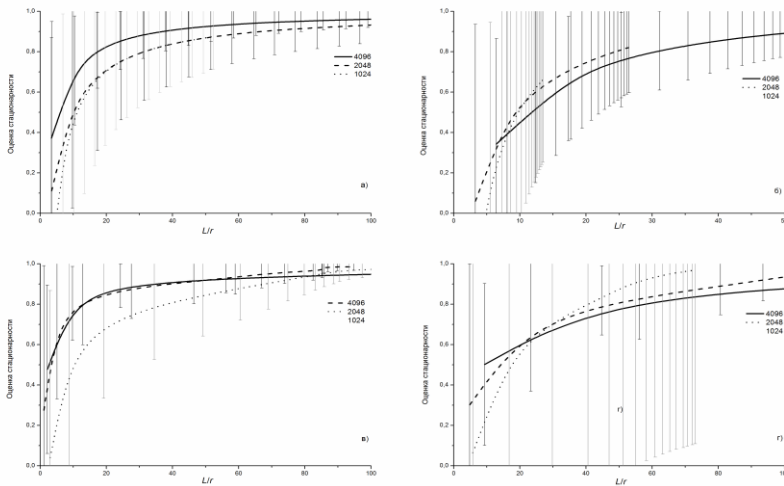


Рис. 2. Оценки стационарности для моделей синапсов , а) – А, б) – Б, в) – И, г) – Г и размеров ПВР условий задачи: 1 – 4096, 2 – 2048, 3 – 1024 нейронов.

Вследствие ограниченности ПВР-УЗ амплитуды боковых максимумов КФ меняются от реализации к реализации. Отклонение КФ вычислялось:

$$Err_N(\zeta) = \frac{\sigma(Corr(\zeta))}{\sum_{i=1}^n Corr(\zeta)_i},$$

где  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение от среднего измеренных КФ ПВР с одинаковыми амплитудными, но разными спектрами фаз, распределенными равномерно на  $[0, 2\pi]$ ,  $n=100$ ,  $\sum_{i=1}^n Corr(\zeta)_i$  – мат.ожидание КФ. Зависимости относительной ошибки от обобщенной координаты  $\zeta/r$  приведены на рис.3.

При  $2L=4096$  для ПВР-УЗ с экспоненциальным спектром относительная ошибка превышает единицу уже при  $\Omega = 4$ , при увеличении длины ошибка растет медленнее. С увеличением  $2L$   $\sigma$  уменьшается, поскольку измеренные КФ приближаются к теоретической. Сравнение рис.3.а и 3.б показывает, что высокочастотная фильтрация ведет к уменьшению ошибки, эффективность фильтрации возрастает с увеличением  $2L$ . В целом, адекватность гипотезы растет с ростом информативности ПВР условий задачи, при этом размер ПВР оказывает преобладающее по сравнению с частотой влияние на оценку.

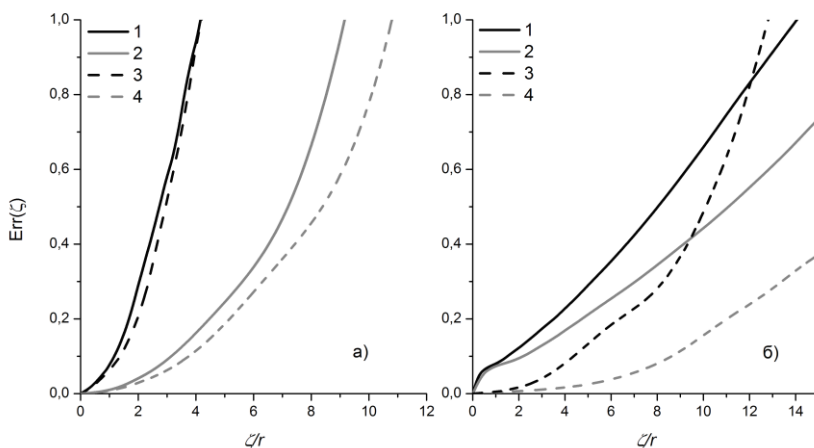


Рис. 3. а) Относительная ошибка АКФ для модели синапса (А) и паттерна (5) : 1):  $\Omega = 137, 2L=4096$ , 2):  $\Omega = 137, 2L=16384$ , 3):  $\Omega = 205, 2L=4096$ , 4):  $\Omega = 205, 2L=16384$ ;

б) Относительная ошибка АКФ для модели синапса (Б) и паттерна (5): 1):  $\Omega = 157, 2L=4096$ , 2):  $\Omega = 157, 2L=16384$ , 3):  $\Omega = 390, 2L=4096$ , 4):  $\Omega = 390, 2L=16384$ .

## Заключение

Таким образом, исходя из допущения о том, что паттерны внутренней репрезентации условий задачи и гипотезы, как варианта её решения, должны быть реализациями одного случайного поля, для этого частного

случая мы определили меру адекватности гипотезы условию задачи – величину изменения оценок однородности паттерна по двум первым статистическим моментам. В рамках этого подхода на адекватность условию задачи гипотез, порождаемых нейронной сетью со связями по схеме голографии Фурье, влияют несколько факторов.

Первый из них – неизбежная фильтрация, возникающая вследствие ограниченности динамического диапазона регистрирующих сред для записи весов связей нейронных слоев (искусственных синапсов), ведет к изменению оценок однородности обрабатываемых паттернов и, следовательно, снижению адекватности гипотез. Для минимизации влияния фильтрации необходимо увеличение обобщенной частоты паттерна – меры его информативности как числа эффективно разрешаемых нейронов. Технически это реализуемо либо уменьшением радиуса корреляции фильтрацией, либо увеличением размера паттерна. При этом уменьшение радиуса корреляции сопряжено с опасностью разрушения внутренней коррелированности.

Второй фактор - ограниченность размера паттерна и влияние спектра фаз, что влечет вариативность боковых максимумов КФ. Это ведет к ошибке формирования паттерна относительно модели, использующей теоретическую КФ, и снижению адекватности гипотезы условиям задачи. Этот фактор может быть минимизирован увеличением реального размера паттерна условий задачи, т.е. также увеличением информативности условий задачи.

В целом, адекватность порождаемой сетью гипотезы возрастает с ростом информативности условий задачи, мера которой - обобщенная частота паттерна. Увеличение размера паттерна как реальное увеличение информации более эффективно, чем уменьшение радиуса корреляции при фильтрации, соответствующее не увеличению, а «выжиманию» информации.

***Благодарности.*** Работа поддержана РФФИ, грант 12-01-00418-а.

### **Список литературы**

- [Бекяшева, Павлов, 2011 а] Бекяшева З.С., Павлов А.В. Анализ факторов, влияющих на адекватность гипотез, порождаемых нейронной сетью со связями по схеме голографии Фурье // VII Международная научно-практическая конференция «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте». Коломна, 16-19 мая 2011. Сб. научных трудов. М.Физматлит., 2011. Т.1. С.360-371.
- [Бекяшева, Павлов, 2011 б] Бекяшева З.С., Павлов А.В. Статистические свойства гипотез, порождаемых нейронной сетью со связями по схеме голографии Фурье // Искусственный интеллект и принятие решений. 2011, №2, с.51-61.



- [**Вагин, 2008**] Вагин В.Н., Головина Е.Ю., Загорянская А.А., Фомина М.В. Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах, второе изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
- [**Голицын, Фоминых, 1996**] Голицын Г.А., Фоминых И.Б. Нейронные сети и экспертные системы: перспективы интеграции// Новости искусственного интеллекта. — М.: АИИ, 1996, №4. С.121-145.
- [**Кузнецов, 1995**] Кузнецов О.П. Неклассические парадигмы в ИИ // Известия АН, Сер. Теория и системы управления, 1995, №5, с.3-23.
- [**Павлов 2008**] Павлов А.В. О возможности моделирования творческого мышления методом голографии Фурье // Труды XI Нац. Конф. по искусственному интеллекту, Т.1. с.384-392, М., URSS. 2008
- [**Павлов, 2010 а**] Павлов А.В. О применимости голографических технологий в задаче моделирования творческого мышления // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте: Сборник трудов IV Международной научно-практической конференции, (Коломна, 28-30 мая 2007) М.Физматлит, 2007. с.282-290.
- [**Павлов 2010 б**] Павлов А.В. Реализация правдоподобных выводов на нейросетях со связями по схеме голографии Фурье // Искусственный интеллект и принятие решений. 2010, №1, с.3-14.
- [**Фоминых, 2002**] Фоминых И.Б. О технологии решения творческих задач // В сб. трудов VIII Национальной конференции по искусственному интеллекту “КИИ-2002”, Т.1, М.: Физматлит. 2002.