ИНФОРМАТИКА

УДК 510.66

Б. А. Кулик, В. Г. Курбанов, А. Я. Фридман

ТЕОРИЯ ОТНОШЕНИЙ КАК ИНСТРУМЕНТ СЕМАНТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ И ЗНАНИЙ*)

1. Введение. В литературе по искусственному интеллекту и логике существует несколько вариантов понимания семантики. К ним, в частности, относятся:

1) понимание семантики как законов, в соответствии с которыми логическим формулам и выражениям приписываются некоторые значения истинности [1, 2];

2) семантическая интерпретация представляет собой процесс связывания с некоторым словосочетанием некоторого выражения логики первого порядка [2];

3) семантика – это построение соответствий между знакосочетаниями, образующими осмысленные тексты, и их интерпретацией, выраженной в виде совокупностей отношений [3].

Иногда эти подходы объединяются, например, в [2]. Для практических целей второй и третий варианты более предпочтительны.

Одной из задач семантики является разработка языка семантического анализа. В качестве такого языка часто применяют язык исчисления предикатов. Основное его преимущество в том, что он обладает широкими аналитическими возможностями. Однако использовать этот язык для анализа конкретных приложений не всегда возможно, потому приходится применять некоторые его подмножества. Например, при семантическом анализе в качестве инструмента служат семантические графы [2], т. е. бинарные отношения, а это означает, что анализ ограничивается лишь структурами, выраженными как одноместные и двуместные предикаты.

Кулик Борис Александрович – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник лаборатории методов и средств автоматизации Института проблем машиноведения РАН. Количество опубликованных работ: 70. Научные направления: методы логического анализа систем, искусственный интеллект, логико-вероятностные методы. E-mail: ba-kulik@yandex.ru.

Курбанов Вугар Гариб оглы – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории методов и средств автоматизации Института проблем машиноведения РАН. Количество опубликованных работ: 45. Научные направления: математическое моделирование процессов управления, методы логического анализа систем, логико-вероятностные методы. E-mail: vugar-borchali@yahoo.com.

Фридман Александр Яковлевич – доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией информационных технологий управления промышленно-природными комплексами Института информатики и математического моделирования (ИИММ) Кольского научного центра РАН. Количество опубликованных работ: 120. Научные направления: системный анализ, концептуальные модели, семантический анализ, искусственный интеллект. E-mail: fridman@iimm.kolasc.net.ru.

*) Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума РАН (проект 4.3 Программы № 3).

Кроме того, применение языка исчисления предикатов вызывает определенные трудности при анализе модифицируемых рассуждений. Видимо, данные трудности привели к тому, что как инструмент для анализа гипотез и абдуктивных заключений часто используются неклассические логики [4], интерпретация которых либо отсутствует, либо не соответствует задачам семантического анализа данных и знаний.

Многие методы и теории семантического анализа информации часто основываются на понятии «отношение». Семантические сети и графы – это по сути совокупности бинарных отношений. Многие предложения естественного языка при концептуализации преобразуются в элементы определенных отношений. Интерпретацией логических выражений и формул также являются отношения. Отсюда кажется вполне закономерным вопрос: почему бы в качестве инструмента для семантического анализа не использовать теорию отношений?

Однако имеющиеся в этом направлении теоретические разработки ограничиваются лишь достаточно развитым языком теории бинарных отношений, которые часто применяются в семантическом анализе (семантические сети, онтологии и т. д.) и языком реляционной алгебры, аналитические возможности которого, с точки зрения логического анализа, весьма ограничены. В то же время многие объекты семантического анализа по своей структуре не укладываются в тесные рамки бинарных отношений.

Чтобы язык теории отношений сделать более приспособленным к задачам семантического анализа, предлагается в качестве его математической основы выбрать алгебру кортежей (АК)[5, 6].

2. Основные термины и структуры алгебры кортежей. Описание АК имеется в ряде публикаций. Начальные сведения по АК можно найти в Интернете [7]. Здесь приводится неформальное введение в АК, необходимое для понимания дальнейшего.

Все четыре структуры АК (они определены ниже) содержат в качестве элементов **элементарные кортежи**, которые состоят из последовательностей элементов, заданных в определенной схеме отношения. Например, если задан элементарный кортеж

$$T[XYZ] = (a, b, c),$$

то подразумевается, что T – имя элементарного кортежа (a, b, c), X, Y, Z – имена **атрибутов**, $[XYZ]$– **схема отношения** (т. е. пространство атрибутов), $a \in X, b \in Y$ и $c \in Z$. Множество всех значений атрибута называется **доменом**; множество атрибутов, имеющих разные имена, но относящихся к одному и тому же домену, – **сортом**. Структуры, заданные в одной и той же схеме отношения, называются **однотипными**.

Множество однотипных элементарных кортежей можно представить как обычную таблицу отношения. Помимо элементарного кортежа в АК определены еще 4 структуры (C-кортеж, C-система, D-кортеж, D-система), с помощью которых сжато представляются множества элементарных кортежей. Они называются **АК-объектами** и представлены в виде векторов или матриц, состоящих из **компонент**. Компоненты определены как произвольные подмножества соответствующих доменов атрибутов. Среди компонент особую роль играют две **фиктивные компоненты**:

1) $*$ – **полная компонента**, т. е. множество, равное домену соответствующего (по месту ее расположения в кортеже) атрибута; используется в C-кортежах и C-системах;

2) $\emptyset$ – **пустое множество**, применяется в D-кортежах и D-системах.

Свойства и аналитические возможности АК основаны на свойствах декартова (прямого) произведения множеств [8]. Рассмотрим остальные структуры АК.

C**-кортеж** – это ограниченный прямыми скобками кортеж компонент. Множество элементарных кортежей в C-кортеже вычисляется как декартово произведение его компонент. После этого C-кортеж можно представить в виде обычной таблицы отношения. Например, если задан C-кортеж $R_1[XYZ] = [\{a, c\}\ \{c, d, f\}\ \{b\}]$, то

$$R_1[XYZ] = [\{a, c\}\ \{c, d, f\}\ \{b\}] = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y} & \boldsymbol{Z} \\ \hline a & c & b \\ \hline a & d & b \\ \hline a & f & b \\ \hline c & c & b \\ \hline c & d & b \\ \hline c & f & b \\ \hline \end{array}\ . \qquad (1)$$

В равенстве (1) $\{a, c\} \subseteq X, \{c, d, f\} \subseteq Y, \{b\} \subseteq Z$, а все строки таблицы формируются как результат вычисления декартова произведения $\{a, c\} \times \{c, d, f\} \times \{b\}$.

Если задан C-кортеж $R_2[XYZ] = [\{a, c\}\{c, d, f\}*]$, то это означает, что третья компонента представлена множеством, равным домену атрибута Z. В частности, если $Z = \{a, b, c, d\}$, то $[\{a, c\}\{c, d, f\}*] = [\{a, c\}\{c, d, f\}\{a, b, c, d\}]$.

C-система – это выраженное в виде матрицы и ограниченное прямыми скобками объединение однотипных C-кортежей и соответственно представленных ими объединение отношений. Например,

$$Q[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a, b, c\} & \{f\} & \{g, h\} \\ \{c\} & \{e, f\} & \{f, h\} \\ \{c, d\} & \{d, f, g\} & \{g\} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y} & \boldsymbol{Z} \\ \hline a & f & g \\ \hline a & f & h \\ \hline b & f & g \\ \hline b & f & h \\ \hline c & f & g \\ \hline c & f & h \\ \hline \end{array} \cup \begin{array}{|c|c|c|} \hline \boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y} & \boldsymbol{Z} \\ \hline c & e & f \\ \hline c & e & h \\ \hline c & f & f \\ \hline c & f & h \\ \hline \end{array} \cup \begin{array}{|c|c|c|} \hline \boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y} & \boldsymbol{Z} \\ \hline c & d & g \\ \hline c & f & g \\ \hline c & g & g \\ \hline d & d & g \\ \hline d & f & g \\ \hline d & g & g \\ \hline \end{array}\ .$$

Рассмотрим еще две структуры АК (D-кортежи и D-системы), которые используются в расчетах и, кроме того, позволяют установить соответствия между структурами АК и формулами исчисления предикатов.

D-кортеж – по сути сокращенное отображение диагональной C-системы. **Диагональная C-система** – это C-система размерности $n \times n$, у которой все недиагональные компоненты – фиктивные. В частности, в равенстве

$$\begin{bmatrix} A & * & * \\ * & B & * \\ * & * & C \end{bmatrix} =]ABC[$$

в левой части изображена диагональная C-система, а в правой – эквивалентный ей D-кортеж. D-кортежи и D-системы ограничиваются перевернутыми прямыми скобками.

С помощью D-кортежей удобно вычислять дополнения C-кортежей. Так, дополнением C-кортежа $[ABC]$ является D-кортеж $]\bar{A}\bar{B}\bar{C}[$, где $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ – дополнения множеств A, B, C относительно доменов соответствующих атрибутов.

D-система – это записанная в виде матрицы совокупность однотипных D-кортежей. Она интерпретируется как пересечение содержащихся в ней D-кортежей и для отличия от C-систем ограничивается перевернутыми прямыми скобками.

С помощью D-систем легко вычисляется дополнение C-систем. Например, дополнением C-системы $\begin{bmatrix} A & * & C \\ D & E & * \end{bmatrix}$ является D-система $\left]\begin{matrix} \bar{A} & \varnothing & \bar{C} \\ \bar{D} & \bar{E} & \varnothing \end{matrix}\right[$.

С однотипными АК-объектами можно выполнять любые операции алгебры множеств. Алгоритмы этих операций и проверок включения одного АК-объекта в другой приведены в [5–7]. При этом нет необходимости преобразовывать их в множества элементарных кортежей – все операции выполняются с компонентами. Такое свойство позволяет существенно уменьшить трудоемкость вычислений, в том числе и за счет возможности эффективного распараллеливания операций на матрицеподобных структурах АК. Структурами алгебры множеств в АК являются: 1) все компоненты отдельных доменов; 2) все однотипные АК-объекты.

3. Операции с атрибутами. Для выполнения операций с АК-объектами, имеющими разные схемы отношений, требуются операции с атрибутами. К ним относятся:

1) переименование атрибутов;
2) перестановка атрибутов;
3) обращение отношений;
4) добавление фиктивного атрибута ($+Atr$);
5) элиминация атрибута ($-Atr$).

Рассмотрим их более подробно.

Переименование атрибутов применяется только для атрибутов одного сорта.

Перестановка атрибутов – операция, при выполнении которой в матрице АК-объекта одновременно меняются местами столбцы и соответствующие атрибуты в схеме отношения. По сути, это эквивалентное преобразование.

Обращение отношений. В случае бинарных отношений перестановка столбцов без перестановки атрибутов позволяет получить отношение, обратное исходному. Например,

$$\text{если } G[XY] = \begin{bmatrix} \{a\} & \{a,b\} \\ \{b,c\} & \{a,c\} \end{bmatrix}, \text{ то } G^{-1}[XY] = \begin{bmatrix} \{a,b\} & \{a\} \\ \{a,c\} & \{b,c\} \end{bmatrix}.$$

Добавление фиктивного атрибута осуществляется в том случае, если добавляемый атрибут отсутствует в схеме отношения АК-объекта. Тогда в схему отношения добавляется имя нового атрибута, а в структуру добавляется на соответствующем месте новый столбец с фиктивными компонентами, при этом в C-кортежи и C-системы добавляются фиктивные компоненты «$*$», а в D-кортежи и D-системы – фиктивные компоненты «$\varnothing$».

При выполнении данной операции содержательный смысл отношения не изменяется. Это свойственно ситуации в исчислении предикатов, когда квантор $\forall x$ применяется к формуле A, в которой отсутствует переменная x [9, с. 54]. Например, если задан АК-объект $P[YZ]$, которому соответствует формула $F(y,z)$ исчисления предикатов, то, добавив в $P[YZ]$ фиктивный атрибут X, получим АК-объект $+X(P[YZ])$, который отвечает формуле $\forall x F(y,z)$. Эта формула по смыслу соответствует $F(y,z)$. Такое обстоятельство позволяет отнести операцию добавления фиктивного атрибута к семантически равносильным преобразованиям.

При **элиминации атрибута** из АК-объекта удаляется столбец, а из его схемы отношения – соответствующий атрибут. В отличие от предыдущей, логический смысл данной операции зависит от того, к какому классу АК-объектов она применяется. Доказано, что элиминация атрибута X из C-кортежей и C-систем отвечает навешиванию квантора $\exists x$ в соответствующую логическую формулу, а элиминация того же атрибута из D-кортежей и D-систем – навешиванию квантора $\forall x$. Потому операции добавления и элиминации атрибутов в АК-объектах можно без потери смысла заменять операциями приписывания соответствующих кванторов. При этом переменной x под квантором соответствует область значений атрибута X.

Например, пусть заданы C-система и ее дополнение, выраженное как D-система:

$$Q[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a,b,d\} & \{f,h\} & \{b\} \\ \{b,c\} & * & \{a,c\} \end{bmatrix} \text{ и } \bar{Q}[XYZ] = \left]\begin{matrix} \{c\} & \{g\} & \{a,c\} \\ \{a,d\} & \emptyset & \{b\} \end{matrix}\right[.$$

Тогда

$$\exists x(Q[XYZ]) = -X(Q[XYZ]) = \begin{bmatrix} \{f,h\} & \{b\} \\ * & \{a,c\} \end{bmatrix}$$

и

$$\forall x(\bar{Q}[XYZ]) = -X(\bar{Q}[XYZ]) = \left]\begin{matrix} \{g\} & \{a,c\} \\ \emptyset & \{b\} \end{matrix}\right[.$$

4. Операции соединения и композиции. Операции «$+Atr$» и «$-Atr$» применяются, в частности, при вычислении соединения и композиции двух разнотипных отношений, заданных АК-объектами. Пусть заданы две структуры $R_1[V]$ и $R_2[W]$, при этом V и W являются множествами атрибутов и $V \neq W$, которые можно разложить на непересекающиеся подмножества X, Y, Z с помощью следующих преобразований: $X = W \setminus V$; $Y = W \cap V$; $Z = V \setminus W$. Тогда получим $V = Y \cup Z$ и $W = X \cup Y$. С учетом этого данные отношения можно переписать так: $R_1[YZ]$ и $R_2[XY]$.

Операция **соединения** $R_1[YZ] \oplus R_2[XY]$ отношений в реляционных системах обычно выполняется с помощью попарного сравнения всех элементарных кортежей из разных отношений. В АК операция соединения отношений существенно упрощается, и ее можно вычислить без попарного сравнения всех элементарных кортежей по формуле

$$R_1[YZ] \oplus R_2[XY] = +X(R_1) \cap +Z(R_2) = \forall x(R_1) \cap \forall z(R_2).$$

Операция **композиции** $R_1[YZ] \circ R_2[XY]$ отношений рассчитывается после вычисления соединения. В АК она определяется по формуле

$$R_1[YZ] \circ R_2[XY] = -Y(+X(R_1) \cap +Z(R_2)) = -Y(R_1 \oplus R_2),$$

при условии, что $(R_1 \oplus R_2)$ является C-кортежем или C-системой. С учетом того, что имеются алгоритмы преобразования D-систем в C-системы, это условие не ограничивает вычисление композиции, хотя в некоторых случаях увеличивает трудоемкость операций.

Рассмотрим пример. Пусть заданы два АК-объекта с разными схемами отношений $R_1[XY] = \begin{bmatrix} \{a\} & \{a,c\} \\ \{b,c\} & \{d,e\} \end{bmatrix}$ и $R_2[YZ] = \begin{bmatrix} \{a,d\} & \{a,b\} \\ \{d\} & \{b,c\} \end{bmatrix}$. Тогда, добавляя фиктивный атрибут Z в R_1 и фиктивный атрибут X в R_2, получаем

$$R_1 \oplus R_2 = \begin{bmatrix} \{a\} & \{a,c\} & * \\ \{b,c\} & \{d,e\} & * \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} * & \{a,d\} & \{a,b\} \\ * & \{d\} & \{b,c\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{a\} & \{a\} & \{a,b\} \\ \{b,c\} & \{d\} & \{a,b\} \\ \{b,c\} & \{d\} & \{b,c\} \end{bmatrix},$$

$$R_1 \circ R2 = \begin{bmatrix} \{a\} & \{a,b\} \\ \{b,c\} & \{a,b\} \\ \{b,c\} & \{b,c\} \end{bmatrix}.$$

5. Соответствие между АК и исчислением предикатов. В исчислении предикатов C-кортежу в тривиальном случае (когда отдельные атрибуты не соотносятся с многоместными отношениями) отвечает конъюнкция одноместных предикатов с разными переменными.

Так, C-кортежу $P[XYZ] = [P_1P_2P_3]$ соответствует формула $F_1 = P_1(x) \wedge P_2(y) \wedge P_3(z)$, D-кортежу $Q[XYZ] =]Q_1Q_2Q_3[$ – формула $F_2 = Q_1(x) \vee Q_2(y) \vee Q_3(z)$.

Конъюнкция формул исчисления предикатов с несовпадающими совокупностями свободных переменных отвечает операции соединения соответствующих АК-объектов.

Элементарный кортеж, входящий в состав непустого АК-объекта, соответствует **выполняющей подстановке** логической формулы; АК-объект, оказавшийся при проверке пустым, – **тождественно ложной формуле**; непустой АК-объект – **выполнимой формуле**.

Доказательство того, что АК-объект равен декартовому произведению доменов атрибутов, входящих в схему его отношения, означает, что логическая формула, соответствующая этому АК-объекту, **общезначима**.

Домены атрибутов в АК могут быть любыми не обязательно равными друг другу множествами. Это означает, что структуры АК соответствуют формулам **многосортного исчисления предикатов**.

Методы **квантификации** в АК приведены в описании операций с атрибутами.

6. Обобщенные операции и логический вывод. В АК можно непосредственно выполнять операции алгебры множеств с АК-объектами, только если они однотипны (т. е. имеют одну и ту же схему отношения). Если же у АК-объектов разные схемы отношения, то для выполнения операций с ними и проверок включения их необходимо привести к одной схеме отношения с помощью добавления недостающих фиктивных атрибутов. По сути, это означает равносильное преобразование.

Назовем операции алгебры множеств с АК-объектами с предварительным добавлением недостающих фиктивных атрибутов **обобщенными операциями и отношениями** алгебры множеств в АК и обозначим их соответственно $\cap_G$, $\cup_G$, $\setminus_G$, $\subseteq_G$, $=_G$ и т. д. Первые две операции полностью соответствуют логическим операциям $\wedge$ и $\vee$. Отношение $\subseteq_G$ в АК соответствует **отношению выводимости** в исчислении предикатов. Это обстоятельство позволяет использовать принципиально новый подход к построению процедур логического вывода и проверок выводимости.

В математической логике выводом в теории T называется всякая последовательность $A_1, ..., A_n$ формул такая, что для любого i формула A_i есть либо аксиома теории T, либо непосредственное следствие каких-либо предыдущих формул по одному из правил вывода [9]. В логике и системах искусственного интеллекта широко применяются следующие системы логического вывода:

1) на основе правил вывода исчисления предикатов ([9] и др.);

2) натуральный вывод [10] – система вывода с расширенным по сравнению с предыдущим набором правил;

3) вывод на основе принципа резолюции [11];

4) на основе специфических правил вывода, предусмотренных в конкретной системе знаний [2, 4]; эти правила предусматривают формирование новых отношений

с помощью соединения или композиции исходных отношений, в силу чего их можно назвать **семантическими** правилами.

В АК при использовании обобщенных операций и соотношений предусматривается новая система логического вывода. Предположим, что задана система аксиом $A_1, ..., A_n$, которые отображены как АК-объекты. Тогда возможно решение следующих задач.

1. **Задача проверки правильности следствия**. Если задано предполагаемое следствие B, то процедура доказательства производится как проверка правильности обобщенного включения, заданного в виде соотношения

$$(A_1 \cap_G ... \cap_G A_n) \subseteq_G B. \tag{2}$$

2. **Задача вывода произвольных следствий**. Для ее решения сначала вычисляется АК-объект $A = A_1 \cap_G ... \cap_G A_n$, после чего производится выбор таких B_j, для которых соблюдается $A \subseteq_G B_j$. При этом можно не только применять известные правила вывода. Авторами разработаны алгоритмы, позволяющие при известном A уменьшить неопределенность при подборе следствий B_j.

Соответствие соотношения (2) процедуре логического вывода доказано. Кроме того, для его подтверждения была произведена проверка всех известных в классической логике правил логического вывода. Оказалось, что для всех правил вывода это соотношение выполняется. Исключением является формулировка правила обобщения, приводимая в некоторых монографиях по математической логике. Например, в [9, с. 66] данное правило формулируется так: «правило обобщения (или связывания квантором всеобщности): из A следует $\forall x_1 A$».

Элементарная проверка показывает, что в случае, когда x_1 является свободной переменной в формуле A, то соотношение (2) выполняется лишь в исключительных случаях. При внимательном прочтении текста в [9] можно лишь предположить, что в формулировке правила обобщения подразумевается случай, когда в формуле A переменная x_1 не является свободной [*)] . Однако явного указания на такое обстоятельство применительно к правилу обобщения в тексте нет.

На сомнительность правила обобщения в приведенной формулировке обратили внимание некоторые логики. В частности, в системе натурального вывода, разработанного Г. Генценом (см. [10]), данное правило применяется лишь для случая, когда в формуле A отсутствует переменная x_1. Это соответствует операции добавления фиктивных атрибутов в АК – они могут добавляться лишь в случае, когда их нет в схеме отношения соответствующего АК-объекта.

Предложенный подход к решению задач логического вывода позволяет по-новому осмыслить суть логического следования в классической логике. Известно, что справедливость отношения $A \subseteq B$ означает, что B является необходимым условием или свойством A. Из соотношения (2) ясно, что логическое следствие корректно не только потому, что получено на основе правил вывода, смысл которых не всегда понятен, но и потому, что является необходимым условием существования антецедента.

7. Семантический анализ с точки зрения теории отношений. Знакомство с многими источниками, в которых рассматривается семантический анализ, показывает, что речь идет о выполнении следующих процедур:

[*)] На это указывает приведенная на той же странице аксиома (4): $\forall x_1 A(x_1) \supset A(x_1)$. Если предположить, что в правиле обобщения переменная x_1 в A свободная, то получается, что правило обобщения в данном случае оказывается утверждением, обратным аксиоме (4), а это является логической ошибкой.

1) отбор основополагающих понятий данной предметной области; предварительная классификация отобранных понятий;

2) дальнейшая систематизация, установление иерархических связей между некоторыми понятиями;

3) выявление отношений между понятиями в рамках некоторого заранее заданного списка значимых отношений (типа часть – целое, принадлежать к совокупности, быть синонимом, иметь сходство и т. п.); здесь же можно использовать и более конкретные, специфичные для данной предметной области отношения;

4) формализация информации с помощью установленных отношений в виде семантических графов, семантических сетей и предикатов.

Стоит отметить, что графы и сети – это бинарные отношения, а предикаты можно рассматривать как своеобразное представление отношений: если отношение R задано набором элементарных кортежей, то предикат – это функция на множество $\{0, 1\}$, в которой каждому из кортежей в R приписывается значение 1, а всем остальным кортежам универсума – значение 0. Отсюда ясно, что этап формализации информации при семантическом анализе можно выполнить единообразно на основе АК.

8. Анализ модифицируемых рассуждений. В математической логике противоречивость системы рассуждений (теории) определена лишь для случая, когда из посылок одновременно выводятся некоторое следствие и его отрицание. В то же время и в повседневных, и в неформализованных научных рассуждениях один из бесспорных критериев несостоятельности системы – это вывод контрарных следствий (например, из посылок следует, что «всем A присуще B» и в то же время – «всем A не присуще B»). Формально данные суждения не отрицают друг друга. Отрицанием формулы $\forall x(A(x) \supset B(x))$ в исчислении предикатов является формула $\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$ – «некоторым A не присуще B», но не формула $\forall x(A(x) \supset \neg B(x))$, которая соответствует суждению «всем A не присуще B». Чтобы устранить это и другие несоответствия между формальной логикой и естественными рассуждениями, в систему логического анализа систем предложено ввести понятие «**коллизия**» [7]. Коллизии в основном проявляются в модифицируемых рассуждениях при вводе новых знаний (гипотез) как нарушение некоторых формально выраженных правил или ограничений, с помощью которых регулируется целостность или смысловое содержание системы. В системах пересматриваемой аргументации коллизиям в какой-то степени соответствуют такие ситуации как «опровержение», «подрыв аргумента», «атака» и т. д. [4].

С учетом коллизий можно сформулировать методы анализа модифицируемых рассуждений на структурах АК. Пусть $A_1, ..., A_n$ – совокупность аксиом или посылок и $A = A_1 \cap_G ... \cap_G A_n$. Рассмотрим структуру гипотез.

Формула H является гипотезой, если неверно, что $A \subseteq_G H$. В противном случае в соответствии с (2) H является следствием. Отсюда ясно, что H в первом приближении можно считать гипотезой, если $A \backslash_G H \neq \emptyset$.

Во втором приближении устанавливается корректность гипотезы. Гипотеза корректна, если объект $H \cap_G A$ не содержит коллизий (предполагается, что гипотеза играет роль аксиомы). Формулировка и проверка гипотез обычно применяются в совокупности с другими методами анализа рассуждений. Здесь мы рассмотрим использование гипотез при поиске и анализе абдуктивных заключений.

Абдукция – это процесс формирования объясняющей гипотезы, когда известны посылки и предполагаемое следствие, которое при формальной проверке не является следствием посылок, но, тем не менее, подтверждается фактами или обоснованными аргументами. Прототипом абдукции является задача диагностики.

Пусть B – предполагаемое следствие из посылок $A_1, ..., A_n$, при этом оказывается, что неверно $A \subseteq_G B$. Тогда формула H по сути допустимое абдуктивное заключение, если соблюдаются следующие условия: 1) H корректная гипотеза (т. е. $H \cap_G A$ не содержит коллизий) и 2) $(H \cap_G A) \subseteq_G B$ (т. е. при добавлении H в систему посылок предполагаемое следствие B становится выводимым). Отсюда можно вывести алгоритм поиска абдуктивных заключений:

1) вычисляем «остаток» $R = A \backslash_G B$;

2) подбираем промежуточный объект R_i такой, чтобы соблюдалось $R \subseteq_G R_i$;

3) вычисляем $H_i = \overline{R}_i$;

4) рассчитываем $H_i \cap_G A$ и выполняем проверку на наличие коллизий; если коллизии обнаружены, то возвращаемся к шагу 2, иначе конец алгоритма.

Нами был разработан алгоритм поиска вариантов R_i для случая, когда известно R. Ниже этот алгоритм будет приведен вместе с примером из статьи [12], в которой в качестве метода анализа модифицируемых рассуждений выбрана логика высказываний. Предложенный авторами этой статьи алгоритм поиска относительно сложен. С помощью АК его можно существенно упростить.

Рассмотрим пример [12]. Базу знаний, выраженную в виде импликаций, можно представить как множество дизъюнктов, входящих в определенную конъюнктивную нормальную форму (КНФ):

$$(x_2 \vee x_3 \vee \neg x_6) \wedge (x_5 \vee \neg x_7) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_5) \wedge (\neg x_5 \vee x_8 \vee x_9 \vee x_{10}) \wedge (\neg x_4 \vee \neg x_9) \wedge (\neg x_4 \vee \neg x_{10}).$$

Данную КНФ можно представить как D-систему

$$A[X_1X_2X_3X_4X_5X_6X_7X_8X_9X_{10}] = \left]\begin{matrix} \varnothing & \{1\} & \{1\} & \varnothing & \varnothing & \{0\} & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \{1\} & \varnothing & \{0\} & \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \{0\} & \{1\} & \{1\} & \varnothing & \{1\} & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \{0\} & \varnothing & \varnothing & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing & \{0\} & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \{0\} & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing & \{0\} & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \varnothing & \{0\} \end{matrix}\right[.$$

Заключение в данном примере выражено в виде формулы $(x_1 \wedge x_4 \wedge x_7) \supset x_9$, которую можно преобразовать в дизъюнкцию $\neg x_1 \vee \neg x_4 \vee \neg x_7 \vee x_9$ и в D-кортеж

$$B[X_1X_4X_7X_9] =]\{0\} \quad \{0\} \quad \{0\} \quad \{1\}[.$$

Теперь можно использовать приведенный выше алгоритм поиска абдуктивных заключений. Все расчеты были выполнены с помощью разработанной авторами программы. После вычисления по формуле $R = A \backslash_G B$ и соответствующих преобразований была получена C-система:

$$R = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 & X_8 & X_9 & X_{10} \\ \{1\} & \{1\} & * & \{1\} & \{1\} & * & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{0\} \\ \{1\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & * & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{0\} \\ \{1\} & \{0\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{0\} \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

В верхней строке (3) для облегчения анализа полученной структуры записаны соответствующие атрибуты. Рассмотрим, как можно применить эту структуру для поиска вариантов R_i и соответственно абдуктивного заключения H_i (шаги 2 и 3 алгоритма).

При поиске вариантов абдуктивного заключения обычно исходят из следующих предпосылок: 1) в абдуктивном заключении желательно использовать небольшое число переменных; 2) состав переменных нередко определяется исходя из смыслового анализа конкретной системы рассуждений.

Здесь рассмотрим формальную задачу выбора переменных и формул для представления абдуктивного заключения H_i на основе вычисленного «остатка» R, для которого необходимо выполнение соотношения $R \subseteq_G \overline{H}_i$. Когда R – C-система (если это не так, то можно использовать алгоритмы преобразования D-кортежей или D-систем в C-системы), то сокращение числа переменных в H_i можно осуществить с помощью элиминации атрибутов. При этом ясно, что при таком преобразовании соотношение $R \subseteq_G \overline{H}_i$ будет выполняться. Например, в C-системе R можно элиминировать все атрибуты кроме X_9, тогда получим C-систему $R_1[X_9] = [\{0\}]$, которая соответствует логической формуле $\neg x_9$. Отсюда $H_1 = x_9$.

Рассмотрим теперь формальные (т. е. без учета коллизий и смысловых ограничений) правила выбора атрибутов (переменных), которые могут быть применены в H_i. Если, допустим, элиминировать из R почти все атрибуты кроме X_2, то останется проекция, в которой содержатся все возможные значения этого атрибута. Аналогичная ситуация возникнет для проекции $[X_2X_3]$. Это означает, что выбор соответствующих переменных для абдуктивного заключения приведет к пустоте H_i, а соответствующая ему логическая формула будет тождественно ложной. Потому при выборе переменных для H_i должно соблюдаться следующее правило: *проекция по выбранным переменным в R не должна содержать полный набор всех возможных значений атрибутов.*

С учетом данного правила сформируем набор **неполных проекций** в R. В приведенном примере такими проекциями являются: $[X_1], [X_4], [X_5], [X_7], [X_8], [X_9], [X_{10}]$, $[X_2X_3X_6]$. Выбранные проекции позволяют легко формировать АК-объекты и соответственно логические формулы, удовлетворяющие условию $R \subseteq_G \overline{H}_i$. Многообразие вариантов формирования $\overline{H}_i$ может быть выражено такими правилами:

1) оставить в качестве $\overline{H}_i$ одну из неполных проекций;

2) выбрать в качестве $\overline{H}_i$ любую проекцию при условии, что в ее состав входит, по крайней мере, одна неполная проекция;

3) для выбранного по предыдущим правилам АК-объекта построить покрывающий его неполный АК-объект.

Доказано, что эти правила охватывают все возможные случаи «наращивания» R.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Выберем проекцию $[X_1X_9]$. Она после сокращений будет равна C-кортежу $R_i[X_1X_9] = [\{1\}\ \{0\}]$. Тогда можно сформировать следующие формулы для $\overline{H}_i : 1)\ x_1 \wedge \neg x_9$ (соответствует C-кортежу R_i); 2) $(x_1 \wedge \neg x_9) \vee (\neg x_1 \wedge x_9)$; 3) $x_1 \vee \neg x_9$ (последние две формулы отвечают АК-объектам, которые покрывают C-кортеж R_i) и т. д.

Пример 2. Выберем в качестве $\overline{H}_i$ проекцию $[X_2X_3X_6]$. Она является C-системой $\begin{bmatrix} \{1\} & * & * \\ \{0\} & \{1\} & * \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} \end{bmatrix}$, равной D-кортежу $]\{1\}\ \{1\}\ \{0\}[$, и соответствует формуле $x_2 \vee x_3 \vee \neg x_6$.

Отрицанием этой формулы является формула $\neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_6$, которую можно использовать в качестве абдуктивного заключения.

Сформулированные выше алгоритм и правила формирования абдуктивных заключений применимы не только для АК-объектов, отображающих формулы исчисления высказываний, но и для общего случая, когда домены атрибутов имеют более двух значений. Ясно, что в конкретной системе знаний выбор переменных и их значений для абдуктивного заключения производится по критериям, связанным с содержанием системы, и поэтому выбор возможных вариантов существенно ограничен. Разработанная система формальных правил выбора переменных позволяет более просто отсеивать ошибочные варианты.

9. Заключение. Предложенный подход к логико-семантическому анализу позволяет выразить в единых структурах данные и знания, в силу чего можно существенно сократить затраты на разработку программных средств для реализации сложных интеллектуальных систем.

В современных языках программирования, предназначенных для моделирования информационных систем, многие процедуры и модели (например, запросы, правила вывода, команды преобразования структур и т. д.) выражены декларативно, в силу чего алгоритмы реализации этих процедур не являются прозрачными. Данное обстоятельство не всегда позволяет находить эффективные алгоритмы в тех случаях, когда в системе применяются разнородные структуры или когда требуется оценить быстродействие алгоритмов. При использовании общей теории отношений и, в частности, АК многие декларативные команды можно выразить с помощью сравнительно простых процедур.

Структуры АК обладают естественным параллелизмом, что позволяет сравнительно легко реализовать интеллектуальные системы в вычислительных комплексах параллельной обработки данных.

Литература

1. *Тейз А., Грибомон П., Юлен Г.* и др. Логический подход к искусственному интеллекту: От модальной логики к логике баз данных / пер. с франц. П. П. Пермякова; под ред. Г. П. Гаврилова. М.: Мир, 1998. 494 с.

2. *Рассел С., Норвиг П.* Искусственный интеллект: современный подход. 2-е изд. / пер. с англ.; ред. К. А. Птицына. М.: Изд. дом «Вильямс», 2006. 1408 с.

3. *Попов Э. В.* Общение с ЭВМ на естественном языке. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1982. 360 с.

4. *Вагин В. Н., Головина Е. Ю., Загорянская А. А., Фомина М. В.* Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах / под ред. В. Н. Вагина, Д. А. Поспелова. М.: Физматлит, 2004. 704 с.

5. *Кулик Б. А.* Система логического программирования на основе алгебры кортежей // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1993. № 3. С. 226–239.

6. *Кулик Б. А.* Вероятностная логика на основе алгебры кортежей // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. № 1. С. 118–127.

7. *Кулик Б. А.* Курс лекций по логике и математике. URL: http//logic-cor.narod.ru/kurs.htm.

8. *Бурбаки Н.* Теория множеств / пер. с франц. М.: Мир, 1965. 455 с.

9. *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику / пер. с англ. Ф. А. Кабакова; под ред. С. И. Адяна. М.: Наука, 1971. 320 с.

10. *Гладкий А. В.* Введение в современную логику. М.: МЦНМО, 2001. 200 с.

11. *Чень Ч., Ли Р.* Математическая логика и автоматическое доказательство теорем / пер. с англ. Г. В. Давыдова и др.; под ред. С. Ю. Маслова. М.: Наука, 1983. 358 с.

12. *Страбыкин Д. А., Томчук М. Н.* Метод логического вывода модифицируемых рассуждений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 2. С. 89–95.

Статья рекомендована к печати проф. И. Л. Братчиковым.

Статья принята к печати 10 июня 2010 г.