

УДК 519.816

© 2002 г. О. И. ЛАРИЧЕВ, академик РАН
(Институт системного анализа, Москва)

СВОЙСТВА МЕТОДОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ВЫБОРА¹

Рассматриваются задачи упорядочения по качеству объектов, имеющих оценки по многим критериям. Нормативные методы, предписывающие рациональному человеку правила выбора, оцениваются с точки зрения требований полноты и ацикличности отношений на множестве альтернатив, а также чувствительности результата к человеческим ошибкам. Показано, что при различиях в полезностях альтернатив для лица, принимающего решения, эти требования одновременно не выполняются.

1. Постановка задачи

В принятии решений часто рассматривается задача упорядочения, или ранжирования, объектов по их полезности. Такая задача возникает, например, при формировании портфеля ценных бумаг или при покупке нескольких товаров в объеме выделенных средств и т.д. Обычно свойства объекта выбора нельзя представить одним показателем, необходимо принять во внимание несколько показателей, часто весьма разнородных.

Весьма распространены также задачи выбора предпочтительного объекта, имеющего оценки по многим критериям. К таким задачам относятся выбор производителем объекта для инвестиций, выбор потребителем товара. Очевидно, что при решении задачи ранжирования первый из объектов наиболее предпочтителен.

Специфика таких задач заключается в том, что выбор совершается субъектом, лицом, принимающим решения (ЛПР), т.е. выбор всегда субъективен и осуществляется человеком.

Один из постулатов экономической теории состоит в том, что человек делает рациональный выбор на основе максимизации функции полезности. Полезностью называют воображаемую меру потребительской ценности различных благ. С содержательной точки зрения делается предположение, что ЛПР как бы взвешивает на "внутренних весах" различные альтернативы и выбирает из них ту, полезность которой больше. В случае детерминированного выбора термин полезность заменяют иногда на ценность.

Итак, можно представить рассматриваемые задачи в следующем виде.

Дано:

$i = 1, 2, \dots, N$ – число критериев, описывающих рассматриваемые объекты;

$j = 1, 2, \dots, n$ – число альтернатив (A_j), имеющих оценки по многим критериям; предполагается, что эти оценки получены либо от экспертов (в частном случае от ЛПР), либо на основе объективных расчетов;

$w_i = 1, 2, \dots, s_i$ – число оценок на шкале i -го критерия, упорядоченных от первой (лучшей) к s_i (худшей). Заметим, что при непрерывных шкалах $s_i = \infty$;

$X_i = \{x_{ij}\}$ – множество оценок на шкале j -го критерия; $i = 1, 2, \dots, s_j$.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 01-01-00514 и 0015-96053).

Часто используется понятие важности критериев. При этом вводятся k_i – коэффициенты относительной важности критериев.

Соотношение n и N может быть различным. При дискретных шкалах декартово произведение множеств оценок на порядковых шкалах:

$L = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N$ определяет все множество возможных альтернатив.

Существуют различные задачи выбора: задачи при непрерывных шкалах, задачи, в которых рассматривается множество альтернатив L ; есть задачи, где задано небольшое количество альтернатив. Заметим, что сама задача выбора существует только при $n \geq 2$.

Сформулируем наше предположение об отношении ЛПР к альтернативам: ЛПР не безразличен к результату выбора. Иначе говоря, альтернативы имеют для ЛПР разную полезность (в частном случае полезность для некоторых альтернатив может быть одинаковой).

$U(A_i) \neq U(A_j)$, где $U(A_j)$, $U(A_j)$ – полезности альтернатив.

Требуется: выявить предпочтения ЛПР и решить задачу ранжирования альтернатив.

2. Требования к методам решения задач ранжирования альтернатив

Существует множество методов, предписывающих ЛПР правила действий, этапы решения представленной выше задачи. Постоянно предлагаются новые методы. Далее мы представим основные идеи четырех различных методологических подходов к построению методов принятия решений.

В последние годы появились работы по сравнению как различных методологических подходов, так и отдельных методов [1, 2]. При этом одним из основных является вопрос: каковы должны быть критерии сравнения. Вообще говоря, могут быть разные подходы к сравнению методов. Например, могут сравниваться методологические достоинства и недостатки методов, процедуры их практического применения и т.д. Не отрицая важности этих подходов, в данной работе встанем на позицию пользователя, предъявляющего требования к результатам применения того или иного метода.

Несмотря на большое число методов, на существенные различия между ними, можно сформулировать три основные методологические требования к результатам применения методов.

Введем следующие отношения между альтернативами, обозначив через R – отношение нестрогого предпочтения, P – отношение строгого предпочтения; I – отношение безразличия.

- 1) Полнота отношений между многокритериальными альтернативами:
либо $A_i R A_j$, либо $A_j R A_i$.

В соответствии со сделанным выше предположением полезности альтернатив отличаются.

После того, как ЛПР потратил время и усилия на формулирование своих предпочтений, логично ожидать, что он может сделать выбор наилучшей альтернативы или упорядочить альтернативы по качеству. Для этого в общем случае необходимо быть уверенным, что любые две альтернативы сравнимы.

- 2) Ацикличность на множестве альтернатив:

если $A_1 P A_2 P \dots P A_k$, то невозможно $A_k P A_s$, где $s < k$.

Появление циклов может привести к нетранзитивности отношений строгого предпочтения.

Условие транзитивности является широко распространенным условием рациональности выбора как для математиков, так и для психологов [3].

3) Малая чувствительность к человеческим ошибкам.

Каждый метод принятия решений использует информацию ЛПР для оценки и сравнения альтернатив. ЛПР – не идеальный измерительный прибор (оракул); он может делать ошибки [4]. Вот почему метод принятия решений должен быть мало чувствительным к возможным ошибкам в процессе выявления предпочтений ЛПР.

Если $A_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}) R A_j(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jN})$, то это отношение остается справедливым при $x_{ij} \in (x_{ij} - \varepsilon; x_{ij} + \varepsilon)$; $k_i \in (k_i - \varepsilon; k_i + \varepsilon)$, где ε – ошибка измерений.

3. Классификация нормативных методов принятия решений

Одной из возможных является классификация нормативных методов по типам информации, получаемой от ЛПР.

1. Методы, основанные на количественных измерениях.

К этой группе относятся широко известные методы, основанные на многокритериальной теории полезности [5], а также многие эвристические методы.

2. Методы, основанные на первичных качественных измерениях, результаты которых сразу же переводятся в количественный вид.

К этой группе относятся методы аналитической иерархии [6], а также методы, использующие “размытые” измерения [7].

3. Методы, основанные на количественных измерениях, но использующие несколько индикаторов при сравнении альтернатив.

К этой группе относятся методы сравнительного превосходства [8].

4. Методы, основанные на качественных измерениях без какого-либо перехода к количественным переменным.

К этой группе относятся методы вербального анализа решений [9].

Далее мы рассмотрим соответствие методов всех четырех групп требованиям к результатам их применения.

4. Соответствие требованиям методов, основанных на количественных измерениях

4.1. Краткое описание аксиоматических методов [5]

Эти методы имеют строгое математическое обоснование. Основой является система аксиом, которым должны удовлетворять предпочтения ЛПР; с помощью аксиом доказываются теоремы о существовании функции полезности ЛПР в том или ином виде. Функция полезности альтернативы выражается через коэффициенты важности (веса) критериев и однокритериальные функции полезности. Часто используется аддитивная форма функции полезности. Найденная функция полезности позволяет оценивать любые альтернативы.

4.2. Полнота отношений и транзитивность

Нетрудно убедиться, что аксиоматические методы обеспечивают полноту сравнений. Действительно, в результате применения этих методов каждая из альтернатив получает в количественном виде значение полезности (или ценности). Полученные числа всегда можно сравнить.

Набор численных индексов полезности (ценности) альтернатив позволяет установить ациклические отношения между альтернативами.

В данных методах делается неявное допущение, что измерение человеком какого-либо количественного параметра происходит однократно и что полученное значение является единственным, представляющим предпочтения ЛПР.

Однако исследования психологов, а также практический опыт применения данных методов позволяют усомниться в правильности этого допущения.

4.3. Особенности человеческих количественных измерений

Как известно, ЛПР – не точный измерительный прибор, производящий количественные измерения без какой-либо погрешности. Это относится как к измерениям параметров, так и к измерениям полезности альтернативы. Психофизика дает количественные подтверждения неточности человека в измерении физических параметров (вес, длина и т.д.).

Непосредственное назначение количественных весов критериев всегда осуществляется с ошибками [10]. Так, применение известной теоремы о том, что функция полезности аддитивна при сумме весов критериев, равной 1, и мультипликативна в ином случае, всегда связано с оценкой допустимого отклонения от единицы. В одном из примеров [11] число 1,2 считается близким к 1 (без каких-либо обоснований). На необходимость учета ошибок при количественных измерениях справедливо указывается в [12].

Неточность количественных измерений получила подтверждение в эксперименте [13] по сравнению результатов применения трех систем поддержки принятия решений на одной задаче (выбор места работы), решавшейся группой испытуемых. Две системы использовали различные варианты метода взвешенной суммы оценок критериев:

$$(1) \quad U(A_j) = \sum_{i=1}^N k_i U_i(A_j),$$

где $U(A_j)$ – полезность альтернативы A_j , k_j – количественный вес i -го критерия, $U_i(A_j)$ – оценка полезности альтернативы по i -му критерию.

Решалась задача упорядочения пяти альтернатив, имевших оценки по четырем критериям. Два варианта метода взвешенной суммы оценок критериев отличались по способу определения весов критериев и полезности критериальных оценок. В результате эксперимента оказалось возможным сравнить совпадение результатов, полученных двумя близкими методами, для группы испытуемых по количественным весам критериев и оценкам альтернатив. В целом корреляция результатов не была статистически значимой. Причина несовпадения результатов заключается, вероятнее всего, в большой чувствительности методов к неизбежным человеческим ошибкам при количественных измерениях.

4.4. Области безразличия

Пусть при выполнении любой операции получения информации от ЛПР мы найдем такое отклонение от полученного значения, которое также приемлемо для ЛПР. Очевидно, что при неточных измерениях человек дает одно из возможных значений в каком-то интервале. Человек может признать равно соответствующими своей оценке несколько близких значений вместо одного. Заметим, что такое поведение хорошо соответствует результатам психологических исследований. В случае измерений количественного параметра отклонение дает близкое к первоначальному значение (эквивалентное значение лотереи, количественный коэффициент важности критерия и т.д.). В итоге мы находим “области безразличия” – интервалы значений количественных параметров, в которых предпочтения ЛПР не меняются. Любые значения параметров из областей безразличия могут быть использованы при ранжировании альтернатив или выборе наилучшей из них.

Область безразличия ЛПП представляет его нечувствительность к определенным количественным изменениям параметра.

Отметим, что мы не предполагаем, что “истинное” значение параметра (если таковое существует) обязательно находится в области безразличия. В психологических экспериментах [4] было показано, что человеческие “эвристики и смещения” приводят к существенным погрешностям в получаемой информации (например, при количественной оценке вероятностей событий). Область безразличия находится около указанного ЛПП значения параметра.

Сформулируем следующее утверждение.

Утверждение 1. Наличие интервала безразличия хотя бы для одного количественного параметра, такого, что полезности альтернатив изменяются в зависимости от его значения, позволяет в некоторых случаях так выбрать оценки из интервала безразличия, что возникающие при этом отношения предпочтений между альтернативами будут противоречить друг другу, в частности, их объединение будет отношением, содержащим циклы.

Доказательство. Пусть альтернативы A_i, A_j, A_k при значении количественного параметра a имеют следующие значения полезностей:

$$U(A_i) = b; U(A_j) = b + \varepsilon; U(A_k) = b - \varepsilon.$$

Тогда $A_j P A_i, A_i P A_k, A_j P A_k$.

Пусть параметр a имеет другое значение в интервале безразличия. Тогда в некоторых случаях можно подобрать такие значения, что

$$U(A_i) = b - \varepsilon; U(A_k) = b; U(A_j) = b + \varepsilon$$

и при этом $A_k P A_i$.

Так как по предположению предпочтения ЛПП в области безразличия параметра a не изменяются, то, объединяя две последовательности отношений полезностей, получим цикл

$$A_j P A_i, A_i P A_k, A_k P A_i,$$

что и требовалось доказать.

Пример. Пусть $N = 2$, имеются три альтернативы:

$$A_i(0,5; 0,3), A_j(0,45; 0,35), A_k(0,42; 0,36).$$

Пусть веса критериев равны $k_1 = 0,4; k_2 = 0,6$.

Пусть интервалы безразличия для весов равны $\pm 0,05$.

Возьмем значения $k_1 = 0,45; k_2 = 0,55$.

Тогда $U(A_i) = 0,39; U(A_j) = 0,395; U(A_k) = 0,383$,

$$(2) \quad A_j P A_i, A_i P A_k, A_j P A_k.$$

Возьмем другие значения весов $k_1 = 0,35; k_2 = 0,65$.

Тогда $U(A_i) = 0,37; U(A_j) = 0,385; U(A_k) = 0,387$,

$$(3) \quad A_k P A_j, A_j P A_i, A_k P A_i.$$

Из (2) и (3) следует цикличность.

Если предположить, что веса точны, но оценки альтернатив измерены при наличии интервала безразличия, то аналогично предыдущему получим цикличность на множестве альтернатив. Легко увидеть, что такое отношение можно получить даже для случая доминирования по Парето одной альтернативы над другой (при близких оценках). Заметим, что утверждение 1 справедливо также для задач с дискретными шкалами оценки альтернатив, если порог безразличия выше дискретности шкалы.

Отметим, что А. Тверский впервые убедительно продемонстрировал в экспериментах негранзитивность сравнений, возникающую при ошибках в количественных измерениях параметров [14].

4.5. Случай аддитивности

В широко распространенном случае аддитивности используется формула (1) для оценки альтернатив. Заметим, что такой метод преобладает как при аксиоматическом подходе, так и во многих эвристических методах.

Рассмотрим две альтернативы – A_s и A_t . Обозначим их оценки по критериям как x_{si} и x_{ti} .

Полезность (ценность) альтернатив определяется формулой (1):

$$(4) \quad U(A_s) = \sum_{i=1}^N k_i x_{si}; \quad U(A_t) = \sum_{i=1}^N k_i x_{ti}; \quad \sum_{i=1}^N k_i = 1.$$

Предположим, что как веса критериев, так и оценки альтернатив измерены неточно.

$$(5) \quad k'_i = k_i \pm \varepsilon; \quad x'_{si} = x_{si} \pm \varepsilon; \quad x'_{ti} = x_{ti} \pm \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0.$$

Для определения превосходства одной из альтернатив, определим интервал, которому принадлежит разность их полезностей с учетом неточности измерений:

$$(6) \quad \begin{aligned} U'(A_s) - U'(A_t) &= \sum_{i=1}^N k'_i x'_{si} - \sum_{i=1}^N k'_i x'_{ti} = \sum_{i=1}^N (k_i \pm \varepsilon)(x_{si} - x_{ti} \pm 2\varepsilon) = \\ &= U(A_s) - U(A_t) \pm \varepsilon \left(\sum_{i=1}^N x_{si} - \sum_{i=1}^N x_{ti} \right) \pm 2N\varepsilon^2 \pm 2\varepsilon. \end{aligned}$$

Пусть

$$(7) \quad U(A_s) > U(A_t).$$

Тогда результат сравнения альтернатив при учете неточности измерений будет заведомо тем же при

$$(8) \quad U(A_s) - U(A_t) > \varepsilon \left(\left| \sum_{i=1}^N x_{si} - \sum_{i=1}^N x_{ti} \right| + 2N\varepsilon + 2 \right).$$

Изменения отношений предпочтения между альтернативами возможно, в частности, при выполнении условия

$$(9) \quad \varepsilon \left| \sum_{i=1}^N x_{ti} - \sum_{i=1}^N x_{si} \right| > U(A_s) - U(A_t).$$

При близости полезностей альтернатив и при существенных отличиях оценок альтернатив по критериям условие (9) может выполняться, что ведет к изменению отношений между A_s и A_t при погрешностях в количественных измерениях. С практической точки зрения важно отметить, что условие (9) может выполняться при существенных отличиях весов критериев.

Легко убедиться, что при мультипликативной функции полезности чувствительность к ошибкам измерений еще больше.

4.6. Попытки уменьшить влияние погрешностей в измерениях

Как отмечается в [15], небольшие изменения в весах могут привести к удивительным изменениям отношений между альтернативами.

Сторонники аксиоматического подхода и эвристических методов предлагают два возможных способа учета неточностей при количественных измерениях.

Первый из них состоит в объявлении равнозначными для ЛПР альтернатив, мало отличающихся (при каких-то значениях из областей безразличия) по полезности, однако, такое предположение может привести (в общем случае) к противоречию. Пусть A и B близки по полезности, B и C , а также C и D близки по полезности. При этом A и D могут значительно отличаться по полезности, хотя в соответствии со сделанным выше предположением они попадают в одну группу.

Вторая, наиболее популярная в настоящее время, идея, состоит в проверке чувствительности [15] и в представлении результатов выбора с учетом этой проверки. При неточных измерениях ответ неточен, но можно проверить чувствительность результата к изменению параметров.

Однако и при этом возникает проблема. Пусть A и B меняют свои отношения при изменениях параметров. Значит ли это, что они эквивалентны для ЛПР? Какие изменения параметров можно считать допустимыми при проверке чувствительности? Если любые, то все пары альтернатив с противоречивыми оценками по критериям могут менять отношения превосходства. Отметим, что проверка чувствительности осуществляется последовательно по каждому параметру, а совокупное влияние изменений не исследуется. В общем случае, при отсутствии четких алгоритмов, проверка чувствительности мало что дает ЛПР. Она позволяет лишь проверить существенные различия некоторых альтернатив по полезности.

Отметим, что трудно оценить величины возможных ошибок, совершаемых при количественных измерениях. Так, разброс количественных “эквивалентов” качественных определений вероятностей [16] может быть очень большим.

Конечно, малая чувствительность к изменениям параметров будет при так называемом “плоском максимуме” – при малой зависимости полезности альтернатив от изменений параметров [15]. Однако, трудно ожидать, что такая зависимость будет во всех случаях.

5. Соответствие требованиям методов, основанных на первичных качественных измерениях, которые затем преобразуются в количественные

Наиболее известны две группы методов этой группы: методы аналитической иерархии [6] и методы, использующие размытые множества [7].

Основа методов аналитической иерархии – попарное сравнение параметров иерархической схемы: цели, критерии, объекты. Сравнение проводится в качественном виде при заданной шкале из девяти оценок (большое превосходство, существенное превосходство, равенство и т.д.). Эти оценки переводятся в количественные показатели при помощи априорно заданной шкалы соответствия. Количественные результаты попарных сравнений заносятся в матрицы, по которым проводится вычисление

количественной ценности альтернатив. В отличие от методов многокритериальной теории полезности оценка и сравнение осуществляются только для заранее заданных альтернатив. При добавлении новой альтернативы, все расчеты повторяются.

Итак, в методах этой группы первичные измерения осуществляются на качественном языке: используются смысловые понятия при подходе размытых множеств и качественные сравнения в методах аналитической иерархии. Качественные измерения трансформируются в количественные путем использования функций принадлежности или численной шкалы соответствий.

В [16] определен разброс количественных значений вероятностей, соответствующих тем же качественным оценкам. Этот разброс достаточно велик, и интервалы количественных оценок, соответствующие определениям “вероятно”, “весьма вероятно” и т.п., пересекаются.

Количественные эквиваленты качественных определений сравнительного характера (один критерий важнее или намного важнее другого) крайне субъективны. Так, для одного человека понятие “намного важнее” может соответствовать числу 5, а для другого – числу 7 [17].

Следовательно, оценивая эту группу методов, мы можем прийти к тем же выводам, что и для методов, основанных на количественных измерениях:

- 1) они обеспечивают полноту сравнений;
- 2) весьма чувствительны к человеческим ошибкам в измерениях;
- 3) и как следствие предыдущего при вариациях параметров они могут привести к циклическим отношениям на множестве альтернатив.

6. Соответствие требованиям методов, основанных на количественных измерениях, но использующих несколько индикаторов при сравнении альтернатив (outranking approach)

Существует известный методологический подход, при котором при парном сравнении альтернатив ставятся условия, препятствующие одновременному выполнению неравенств (7) и (9).

6.1. Краткое описание

Основа методов [8] – попарное сравнение альтернатив, осуществляемое с помощью специальных индексов согласия и несогласия. Проверяется гипотеза о превосходстве одной из альтернатив над другой. Индекс согласия вычисляется по назначенным ЛПР коэффициентам важности (весам) критериев. Индекс несогласия определяется по критериальным оценкам альтернатив. Индексы согласия и несогласия не объединяются, а используются отдельно. На каждом этапе анализа задаются нижнее возможное значение индекса согласия и верхнее возможное значение индекса несогласия, при которых выполняется условие превосходства одной из альтернатив над другой.

Как и в методах аналитической иерархии, оценка и сравнение осуществляются только для заданных альтернатив.

Отличительная черта методов данной группы – отношение несравнимости между альтернативами, возникающее при определенных значениях индексов.

В методах сравнительного превосходства используется подход постепенного введения “уровней превосходства” одной альтернативы над другой при парном сравнении. Использование псевдокритериев с сильным и слабым превосходством, использование запретов (“вето”) при определенных значениях оценок по критериям имеют цель не допустить сравнимости альтернатив при существенных различиях в профилях оценок по критериям и примерно равной полезности, т.е. не допустить

выполнения неравенств (7) и (9) одновременно. Отношения между альтернативами при больших значениях индекса согласия и малых индекса несогласия близки к отношениям доминирования.

Итак, для методов сравнительного превосходства требование полноты сравнений не выполняется. Обратимся к требованию ацикличности отношений на множестве альтернатив.

6.2. Ацикличность

В методах сравнительного превосходства при определенных уровнях согласия и несогласия появляются циклы на множестве альтернатив. Авторы этих методов предлагают два возможных подхода в этих случаях [18]:

- 1) альтернативы, входящие в цикл, объявляются равноценными;
- 2) циклы разрываются путем исключения наименее очевидных предпочтений.

Не всегда можно следовать этим рекомендациям. Во-первых, количество альтернатив, входящих в цикл, может быть достаточно большим. Объявление их равноценными может сделать весь анализ бесполезным для ЛПР. Во-вторых, определение наименее очевидного предпочтения не формализовано и не соответствует подходу сравнительного превосходства.

В [19] доказано необходимое условие отсутствия циклов на множестве альтернатив. Это условие накладывает ограничения на уровни изменения индексов согласия и несогласия.

Отметим, что предложенное в [19] условие отсутствия циклов в результирующих графах отношений между альтернативами является необходимым, но не достаточным, так как не учитываются возможные ошибки измерений.

6.3. Чувствительность к ошибкам измерений

Неточности в количественных измерениях (в тех методах данной группы, где они используются) и существование областей безразличия могут привести к появлению циклов.

Однако методы данной группы менее чувствительны к человеческим ошибкам при измерениях. Во-первых, условие превосходства одной альтернативы над другой может выполняться в частных случаях при изменении оценок альтернатив в достаточно широких диапазонах. Во-вторых, веса критериев могут изменяться при том же значении индекса согласия, если сумма весов, используемых при подсчете индекса согласия, остается постоянной.

Важно отметить, что в методах данной группы не осуществляется умножение величин, имеющих оценки при измерениях.

7. Соответствие требованиям методов вербального анализа решений

Существует другой методологический подход [9, 20], направленный на исключение зависимости результата применения методов от неточности измерений. Этот подход предназначен прежде всего для анализа проблем с небольшим количеством (2–4) вербальных оценок на шкалах критериев.

7.1. Краткое описание

Методы вербального анализа решений [9, 20] имеют психологическое обоснование. Прежде всего, в них используются те операции получения информации от ЛПР

и экспертов, которые на основе проведенных психологических экспериментов расценены как надежные. Кроме того, информация, полученная от ЛПР, проверяется на противоречивость; противоречия предъявляются лицу, принимающему решения, для анализа и разъяснения. В методах этой группы не используются коэффициенты важности критериев, а лишь оценки альтернатив по критериям, которые имеют вербальное описание. Это описание используется от начала до конца процедур, без каких-либо преобразований в количественный вид. Оценка и сравнение осуществляются как для всех возможных альтернатив (дискретные шкалы вербальных оценок определяют множество L), так и для заданных альтернатив.

Методы вербального анализа решений не обеспечивают полноты отношений между альтернативами, так как некоторые из альтернатив оказываются в отношении несравнимости. Причина несравнимости иная, чем в методах сравнительного превосходства. В методах вербального анализа решений используются лишь качественные, а не количественные способы получения информации от ЛПР, что и определяет ограничение возможности сравнения альтернатив.

Итак, требование полноты сравнений на множестве альтернатив не выполняется. Обратимся к требованию отсутствия циклов.

7.2. Ацикличность

Существует другой подход к исключению циклов на результирующем отношении между альтернативами: отказ от ненадежных количественных измерений и использование более надежных качественных измерений. Именно этот подход используется в методах вербального анализа решений. Известно, что качественные сравнения вида “больше”, “меньше”, “примерно одинаковы” существенно более надежны, чем количественные. Такие сравнения оценок по критериям используются в методе ЗАПРОС [9].

После проведения качественных сравнений оценок, расположенных на шкалах двух критериев, появляется возможность упорядочить эти оценки, то есть, построить Единую Порядковую Шкалу (ЕПШ) для двух критериев. ЕПШ строится для всех пар критериев. Далее осуществляется объединение этих ЕПШ в общую порядковую шкалу, на которой расположены оценки всех критериев.

Избыточная информация, получаемая при построении ЕПШ для всех пар критериев, позволяет осуществлять проверку информации ЛПР на непротиворечивость. При обнаружении циклов противоречивые ответы предъявляются ЛПР для их анализа и устранения. В итоге возникающие отношения между альтернативами мало чувствительны к человеческим ошибкам в измерениях, что было продемонстрировано в экспериментах.

Так, в описанном выше эксперименте [13] по оценке группой испытуемых мест работы третьим методом был один из методов вербального анализа решений – ЗАПРОС. Для тех пар альтернатив, где оказалось возможным методом ЗАПРОС установить отношения превосходства, те же отношения были установлены двумя другими методами (корреляция была статистически значима). Следовательно, результаты, полученные при помощи метода ЗАПРОС, хорошо коррелированы с результатами каждого из двух других методов (для пар альтернатив, сравнимых методом ЗАПРОС), хотя результаты двух других методов взаимно противоречивы (на всем множестве пар альтернатив).

При вербальных шкалах с малым количеством оценок отличия по полезности между оценками велики, что само по себе способствует выполнению условия малой чувствительности к ошибкам в измерениях. Кроме того, ошибки, сделанные в сравнениях оценок на шкалах двух критериев, обнаруживаются при построении ЕПШ. В экспериментах выявлено, что испытуемые делают одну-две ошибки при 50–60 сравнениях [9].

Если взять достаточно распространенный случай упорядоченных оценок на ЕПШ, то “равнительно малой” ошибке (см. Определение малой чувствительности в разделе 2) при качественных сравнениях соответствует объединение двух соседних оценок на ЕПШ. Такая ошибка не приводит к изменению отношений между альтернативами.

8. Некоторые итоги

Итак, оценка соответствия четырех групп методов трем основным требованиям к результатам их применения приводит к следующему результату. Методы первых двух групп обеспечивают полноту отношений на множестве альтернатив, что не выполняется для двух других групп методов.

Требования ацикличности отношений на множестве альтернатив и малой чувствительности к человеческим ошибкам при измерениях оказались зависимыми: чувствительность метода к человеческим ошибкам может привести к нерациональности, к появлению циклов.

Результатирующая оценка соответствия различных групп методов трем основным требованиям к их результатам дана в таблице.

Таблица

Требования	Группы методов			
	Методы, основанные на количественных измерениях	Методы, основанные на качественных измерениях, результаты которых переводятся в количественный вид	Методы, основанные на количественных измерениях, но использующие несколько индикаторов при сравнении альтернатив	Методы, основанные на качественных измерениях без какого-либо перехода к количественным переменным
Полнота отношений	Есть	Есть	Нет	Нет
Ацикличность	Нет	Нет	В ряде методов есть	Есть
Чувствительность к ошибкам в измерениях	Чувствительны	Чувствительны	Менее чувствительны, чем методы первой и второй групп	Мало чувствительны

Таблица приводит нас к следующему утверждению.

Утверждение 2. Нормативные методы принятия решений в общем случае не могут одновременно обеспечивать полноту сравнений, быть рациональными и мало чувствительными к человеческим ошибкам в измерениях.

9. Обсуждение

Применительно к задачам индивидуального выбора мы получили следующий парадоксальный результат: нормативные методы не могут быть одновременно рациональными (отсутствуют циклы на множестве альтернатив), решающими (при отличии альтернатив по полезности получаем их ранжирование), мало чувствительными к человеческим ошибкам в измерениях. Если они используют количественные измерения, то ограниченные возможности человеческой системы переработки информации приводят к нарушениям рациональности выбора (появляются циклы), к ошибкам и противоречиям. Еще раз отметим, что в первых трех группах методов измерения осуществляются однократно. Сказанное выше не означает, что нарушение

рациональности возникает в любом случае: в большинстве случаев заданное множество альтернатив определяет полученный результат, и рациональность выбора существует. Однако в общем случае неточность количественных измерений приводит к нарушению рациональности. Это обстоятельство еще раз подчеркивает важность проблемы измерений в принятии решений [21].

Есть две возможности избежать нарушения рациональности:

1) принимать решение о том, что альтернатива A_i превосходит A_j лишь при достаточно большом отличии по полезности между альтернативами (подход методов сравнительного превосходства);

2) перейти к качественным (более надежным) измерениям полезностей с проверкой информации ЛПР на непротиворечивость (подход методов вербального анализа решений).

Однако при использовании методов относительного превосходства альтернатив и вербального анализа решений отношения на множестве альтернатив не являются полными, появляется несравнимость.

Этот парадокс заставляет нас вспомнить об известном парадоксе Эрроу в задачах коллективного выбора [22]. Доказано, что правило выбора не может быть одновременно демократическим, рациональным и решающим (по мнению ряда исследователей [23], это основной содержательный результат). В случае индивидуального выбора мы видим, что иные требования к результату применения метода одновременно не выполняются.

Если мы потребуем одновременно от метода малую чувствительность к человеческим погрешностям при измерениях, рациональность и полноту отношений между альтернативами, то одновременное выполнение этих требований в общем случае невозможно.

Автор выражает благодарность П.Ю. Чеботареву за критические замечания, позволившие улучшить статью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Roy B., Bouyssou D. Comparison of two decision-aid models applied to a nuclear power plant siting example // Eur. J. Oper. Res. 1986. V. 25. P. 200–215.
2. Larichev O., Brown R. Numerical and Verbal Decision Analysis used for the problems of resources allocation in Arctic // J. MCDA. 2000. V. 9. No. 6. P. 263–274.
3. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений а также хроника событий в волшебных странах. М.: Логос, 2000.
4. Kahneman D., Slovic P., Tversky A. (Eds.) Judgment under uncertainty: heuristics and biases. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.
5. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981.
6. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. М.: Радио и связь, 1991.
7. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Inf. Control. 1965. No. 8. P. 3–28.
8. Roy B. Multicriteria Methodology for Decision Aiding. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
9. Ларичев О.И., Мошкович Е.М. Качественные методы принятия решений. М.: Физматлит, 1996.
10. Borcherding K., Schmeer S., Weber M. Biases in multiattribute weight elicitation / Ed. J-P. Caverni. Contributions to Decision Making. Amsterdam: Elsevier, 1995.
11. Кини Р. Размещение энергетических объектов. М.: Энергоатомиздат, 1983.
12. von Winterfeldt D., Fischer G.W. Multiattribute utility theory: Models and assessment procedures / Ed. D. Wendt, C. Vlek. Utility, probability and human decision making. Dordrecht: Reidel, 1975.

13. *Larichev O.I., Olson D.L., Moshkovich H.M. et al.* Numerical Vs. Cardinal Measurements In Multiattribute Decision Making: How Exact Is Exact Enough // OBHDP. V. 64. 1995. No. 1. P. 9–21.
14. *Tversky A.* Intransitivity of Preferences // Psych. Rev. 1969. V. 76. P. 31–48.
15. *von Winterfeldt D., Edwards W.* Decision Analysis and Behavioral Research. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.
16. *Zwick R., Wallsten T.S.* Combining stochastic uncertainty and linguistic inexactness: theory and experimental evaluation of four fuzzy probability models // Int. J. Man-Machine Studies. 1989. V. 30. P. 69–111.
17. *Hizingh E., Vrolijk H.* A comparison of verbal and numerical judgments in the Analytic Hierarchy Process // OBHDP. 1997. V. 70. No. 3. P. 237–347.
18. *Vanderpooten D.* The construction of prescriptions in outranking methods / Ed. C. Bana e Costa. Reading in Multiple Criteria Decision Aid. Berlin: Springer-Verlag, 1991.
19. *Анич И., Ларичев О.И.* Метод ЭЛЕКТРА и проблема ацикличности отношений альтернатив // АиТ. 1996. № 8. С. 108–118.
20. *Larichev O., Moshkovich H.* Verbal Decision Analysis for Unstructured Problems. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997.
21. *Larichev O.I.* Problems of Measurement in Decision Analysis / Ed. Y.Y. Haimes. Research and Practice in Multiple Criteria Decision Making. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
22. *Arrow K.J.* Social Choice and individual values. N.Y. Wiley, 1951.
23. *Блэйр Д.Х., Поллак Р.Э.* Рациональный коллективный выбор // В мире науки. 1983. № 10. С. 57–65.

Статья представлена к публикации членом редколлегии П.Ю. Чеботаревым.

Поступила в редакцию 29.01.2001